

ГНЦ ФГУП «ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ИМЕНИ М.В. КЕЛДЫША»

На правах рукописи

Сафронов Андрей Александрович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ КАПЕЛЬНОГО
ПОТОКА И РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА В БЕСКАРКАСНЫХ
СИСТЕМАХ ОТВОДА НИЗКОПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕПЛА В КОСМОСЕ**

Специальность 01.02.05 -

«Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

академик РАН,

доктор технических наук,

профессор Коротеев А.А.

Москва – 2018

Оглавление

1 Обзор литературных и патентных источников по бескаркасным системам отвода низкопотенциального тепла в космосе	10
1.1 Капельные холодильники - излучатели	10
1.2 Исследования капиллярного распада сильно вязких струй.....	31
2 Исследование процесса формирования капельного потока	34
2.1 Физико-математическая модель развития возмущений в струе вязкой жидкости	36
2.2 Эволюция возмущений малой амплитуды	39
2.3 Закономерности развития возмущений конечной амплитуды	42
2.4 Моделирование образования сателлитных капель	43
2.5 Влияние высших порядков разложения на решение задачи эволюции возмущения поверхности струи.....	46
2.6 Влияние автомодельности процесса разрыва струи на образование сателлитных капель.....	50
2.7 Экспериментальное измерение размеров капель.....	57
2.8 Экспериментальные исследования образования микросателлитов.....	64
2.9 Численное моделирование процесса формирования микросателлитов	67
2.10 Аналитическая модель образования микросателлитов.....	73
3 Исследование теплообмена в дисперсном потоке бескаркасных систем отвода низкопотенциального тепла в космосе	79
3.1 Физическая модель остывания капель	80
3.2 Кинетическое уравнение переноса излучения	83
3.3 Физический смысл функции распределения коэффициента излучения	86
3.4 Методика расчёта функции распределения коэффициента излучения.....	89
3.5 Расчет плотности функции распределения коэффициента излучения капельного слоя	92
3.6 Уравнения остывания дисперсного потока	99
3.7 Аналитические методы приближенного решения уравнений остывания дисперсного потока.....	102
3.8 Взаимодействие капель с солнечным излучением	105

3.9 Влияние многократных отражений излучения на процесс остывания капельного потока	108
3.10 Расчёт изотермической структуры капельного потока	111
3.11 Расчёт влияния элементов конфигурации КХИ на остывание капель	114
3.12 Моделирование энергетических характеристик капельного холодильника - излучателя	116
3.13 Результаты численного моделирования процесса радиационного остывания дисперсного потока КХИ	119
4 Исследование процесса установления профиля температуры	133
4.1 Исследование устойчивости радиационного остывания дисперсного потока	134
4.2 Идеализированная задача установления профиля температуры в дисперсном потоке	137
4.3 Влияние внешнего излучения на установление профиля температуры.....	141
4.4 Влияние дальних радиационных взаимодействий на установление профиля температуры.....	145
4.5 Численное решение уравнений остывания капельного потока.....	150
Заключение.....	153
Список литературы.....	154

Введение

Решение новых научно – технических и информационно – телекоммуникационных задач, связанных с использованием космического пространства, предполагает значительное повышение энерговооружённости космических аппаратов. Наиболее проблемной частью их энергетических установок является система отвода тепла. Площадь поверхности, масса и метеоритная уязвимость классических панельных излучателей быстро возрастают при повышении отводимой мощности. Бронирование поверхностей неприемлемо повышает массу конструкции. Выходом представляется использование бескаркасных систем отвода тепла [1]. Идея капельного холодильника-излучателя (КХИ) состоит в радиационном остывании специальным образом сгенерированного свободно распространяющегося в космосе капельного потока сверхвысоковакуумного теплоносителя с последующим улавливанием остывших капель и замыканием контура циркуляции рабочего тела.

Капельный поток формируется методом вынужденного капиллярного распада струй (ВКРС). Рабочая жидкость должна обладать низкой испаряемостью. Потенциально пригодные для использования в КХИ рабочие тела имеют достаточно высокую вязкость, которая оказывает существенное влияние на процесс капиллярного распада. В диссертации исследуются особенности вынужденного капиллярного распада вязких струй при близких к единице значениях числа Онезорге $On = \mu / \sqrt{r_0 \rho \sigma}$ (r_0 – радиус невозмущенной струи; μ , σ и ρ – соответственно коэффициенты динамической вязкости, поверхностного натяжения и плотность жидкости). Выявленные закономерности распада вязких струй имеют не только прикладной, но и самостоятельный научный интерес, так как наблюдаемые при этом гидродинамические эффекты являются прямым следствием особенностей реализации фундаментальных автомодельных закономерностей разрыва струй ньютоновых жидкостей.

Для достижения приемлемых значений КПД энергетической установки космического аппарата необходимо понижать минимальную температуру теплового

цикла. Сделать это можно с использованием низкопотенциальных КХИ с температурой капельного потока $T \sim 400$ К. Вещество возможных для использования рабочих тел эффективно поглощает тепловое излучение с такой температурой. Ранее (см., например [2]) исследование остывания дисперсных потоков проводилось применительно к высокотемпературным КХИ. В них $T > 600$ К, а тепловое излучение слабо поглощается каплями. В представленной работе рассмотрены процессы радиационного остывания капельного потока низкопотенциальных КХИ. Самостоятельный научный интерес представляют описанные волновые процессы, сопровождающие распространение тепловых волн в дисперсном потоке.

Цель работы: исследование процессов формирования капельного потока и радиационного теплообмена в бескаркасных системах отвода низкопотенциального тепла в космосе. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- выявление закономерностей вынужденного капиллярного распада струй вязких жидкостей при $On \sim 1$;
- разработка метода расчёта радиационного теплообмена в дисперсном потоке КХИ;
- выявление закономерностей процесса остывания дисперсного потока;
- определение оптимальной геометрической структуры капельного потока.

Научная новизна работы:

1. Разработана методика расчета процесса вынужденного капиллярного распада струй вязких жидкостей в области значений числа Онезорге порядка единицы. Определены зависимости размеров основных и сателлитных капель от волнового числа возмущения, инициирующего распад.

2. Экспериментально установлены размеры основных и сателлитных капель; подтверждено соответствие полученных результатов с расчётными.

3. Впервые выявлено наличие режима автомодельного утончения струй ньютоновых жидкостей, влияющего на формирование микросателлитов при

капиллярном распаде струй; разработана физико-математическая модель соответствующего процесса.

4. Создана методика расчета кинетических коэффициентов переноса излучения в структурированном капельном потоке низкопотенциальных КХИ; получены аналитические зависимости, описывающие поле температуры в капельной пелене.

5. Выявлены закономерности распространения тепловых волн в радиационно остывающих дисперсных потоках; разработана физико-математическая модель волновых процессов.

Практическая ценность. Разработан программно-вычислительный комплекс, для моделирования вынужденного капиллярного распада струй вязких жидкостей. Выявленные закономерности образования микросателлитов позволяют определять области параметров безсателлитного распада. Достоверность результатов подтверждается использованием в исследованиях фундаментальных законов гидродинамики, сопоставлением результатов тестовых расчетов с опубликованными другими исследователями, а также сопоставлением результатов расчетов с экспериментами, осуществленными с использованием современного аттестованного оборудования.

Разработан программно-вычислительный комплекс для численного моделирования радиационного остывания капельного потока. Создана база данных тепловых расчетов, содержащая информацию о потоках с различной структурой, размером капель и теплофизическими характеристиками рабочего тела. С её использованием становится возможным определение оптимальных геометрических параметров бескарасных космических излучателей. Достоверность результатов подтверждается использованием в исследованиях фундаментальных законов теплообмена, современных аттестованных средств измерения, а также сопоставлением результатов тестовых расчетов с опубликованными другими исследователями.

Положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Метод расчета вынужденного капиллярного распада вязких струй при значении числа Онезорге, близком к единице.
2. Результаты расчетно-теоретического и экспериментального исследований зависимости размеров капель, образующихся в процессе вынужденного капиллярного распада струй, от волнового числа возмущения, инициирующего распад.
3. Закономерности образования микросателлитов при капиллярном распаде сильновязких струй.
4. Метод расчета кинетических коэффициентов переноса излучения в структурированном дисперсном потоке.
5. Результаты исследования радиационного остывания дисперсных потоков низкопотенциального КХИ произвольной оптической толщины.
6. Закономерности установления равновесного профиля температуры в радиационно остывающем потоке сверхвакуумных жидких рабочих тел.
7. Методика описания волновых процессов при распространении тепловых волн в радиационно остывающем потоке.

Апробация работы. Основные положения работы были обсуждены на: 54-я научная конференция МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе», 2011; 55-я научная конференция МФТИ - Всероссийской молодёжной научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», 2012; 11-я Международная конференция «Авиация и Космонавтика – 2012», МАИ; 56-я научной конференции МФТИ - Всероссийская научная конференция «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе», 2013; XVII научная школа «Нелинейные волны – 2016», Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», г. Нижний

Новгород; седьмая научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов ФГУП «КБ Арсенал», 2016; 7th European conference for aeronautics and space sciences EUCASS 2017; XXI научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов, ПАО «Ракетно-космическая корпорация "Энергия" имени С.П. Королёва», 2017; конференция Национального комитета РАН по тепло- и массообмену «Фундаментальные и прикладные проблемы тепломассообмена», 2017, на базе Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого; всероссийская конференция молодых ученых – механиков, 2018, организаторы: МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики МГУ, РФФИ.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 статей, из них 6 – в изданиях, индексируемых в информационно – аналитических системах научного цитирования Web of Science и Scopus.

1 Сафронов А.А. Расчёт максимальной тепловой мощности космического капельного холодильника-излучателя // Электронный журнал «Труды МАИ». 2013. Вып. 65.

2 Коротеев А.А., Нагель Ю.А., Сафронов А.А. Решение краевой задачи для уравнения Пуассона для движущейся заряженной капельной пелены в форме прямоугольного параллелепипеда // Электричество, 2014, № 7, с. 11-16.

3 Коротеев А.А., Нагель Ю.А., Сафронов А.А. Методы расчета закономерностей функционирования генераторов капель и испарения рабочего тела в открытых космических излучательных системах // Общероссийский научно-технический журнал «Полет», 2014, № 7, с. 3-9.

4 Коротеев А.А., Сафронов А.А., Филатов Н.И. Особенности теплового расчета открытых систем отвода низкопотенциального тепла в космосе // Общероссийский научно-технический журнал «Полет», 2014, №12. С. 29-33.

5 Н.В. Бондарева, Л.М. Глухов, А.А. Коротеев, В.А. Красовский, Л.М. Кустов, Ю.А. Нагель, А.А. Сафронов А.А., Н.И. Филатов, Е.А. Черникова. Н.И. Бескаркасные

системы отвода низкопотенциального тепла в космосе: успехи отработок и нерешённые задачи // Известия Академии Наук. Энергетика. 2015. №4. С. 130-142.

6 А.А. Коротеев, А.А. Сафронов, Н.И. Филатов. Влияние структуры капельной пелены на мощность бескаркасных космических излучателей и эффективность энергетических установок // ТВТ. 2016. Т. 54 № 5. С. 817–820.

7 Бондарева Н.В., Коротеев А.А., Сафронов А.А., Филатов Н.И., Шишканов И.И. Оптимальные режимы функционирования бескаркасных космических излучателей с кремнийорганическим сверхвысоковакуумным теплоносителем // Известия Академии Наук. Энергетика. 2016. №5. С. 78-90.

8 Сафронов А.А. Особенности капиллярного распада струй жидкости при числах Онезорга больше единицы // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90 №1. С. 176-185.

9 Сафронов А.А., Филатов Н.И., Коротеев А.А., Бондарева Н.В. Установление температуры в дисперсных потоках бескаркасных систем теплоотвода в космосе // Теплофизика и аэромеханика. 2017, №6. С. 985-988.

10 Григорьев А.Л., Коротеев А.А., Сафронов А.А., Филатов Н.И. Автомодельные закономерности образования микросателлитов в процессе капиллярного распада вязких струй // Теплофизика и аэромеханика. 2018. № 4. С. 599-609.

11 Сафронов А. А., Коротеев А. А., Филатов Н. И. Установление температуры в радиационно остывающем дисперсном потоке при наличии внешнего теплового излучения // Инженерно - физический журнал. 2018. Т. 91. № 6. С. 168 – 174.

12 Safronov A. A., Koroteev A.A., Filatov N. I., Grigoriev A. L. The Effect of Long-range Interactions on Development of Thermal Waves in the Radiation-cooling Dispersed Flow // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2018. V. 14. N. 3. Pp. 343–354.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа включает 163 страницы, 45 рисунков и 5 таблиц.

1 Обзор литературных и патентных источников по бескаркасным системам отвода низкопотенциального тепла в космосе

1.1 Капельные холодильники - излучатели

Широкое публичное обсуждение идеи капельного холодильника-излучателя (КХИ) в США началось в первой половине 1980-х. В работах [1-4], которые опубликовали А. Т. Mattick и А. Hertzberg в 1980-1982, содержится концептуальная проработка идеи КХИ. В работе [1] показано, что масса КХИ оказывается существенно меньше массы аналогичных по мощности панельных излучателей космических аппаратов (КА). Согласно проведённым оценкам, масса КХИ оказывается на порядок ниже. Показано, что КХИ может использоваться для решения следующих задач: отвод тепла из высокотемпературного цикла Ренкина, охлаждение фотоэлектрических элементов КА, отведение низкопотенциального тепла [1]. В работе [2] обсуждаются рабочие жидкости, пригодные для использования в КХИ с рабочей температурой 250 - 1000 К.

В работах [3-4] содержится концептуальный обзор устройства капельного холодильника-излучателя. Предложен метод генерации капель методом вынужденного капиллярного распада. Рассмотрены различные конфигурации КХИ и схемы распространения капельного потока (прямолинейная, треугольная и спиральная, см рис. 1.1). Предложен центробежный заборник капель (рис. 1.2). Рассмотрены возможные схемы компоновки КА, использующего КХИ. Проведён сравнительный анализ эффективности использования различных рабочих тел в КХИ. Оценены энергетические и массогабаритные характеристики энергетической установки (ЭУ) КА, использующего КХИ и показано наличие выигрыша в массе по сравнению с ЭУ, использующей панельный излучатель. Кроме того, в работах [3-4] обсуждены проблемы электростатического отклонения капель и загрязнения КА рабочим телом, а так же намечены пути их решения. Оформляющие идею КХИ работы [1-4] выполнены при поддержке гранта NASA NAG 3-16 и в рамках Air Force Contract F04611-81-K-0400. В дальнейшем развитие проекта КХИ в 1980-х годах в США велось в следующих организациях: NASA Lewis Research Center, the Air Force

Astronautics Lab, the University of Washington, University of California а так же в авиакосмических компаниях Gurmman и McDonnell Douglas.

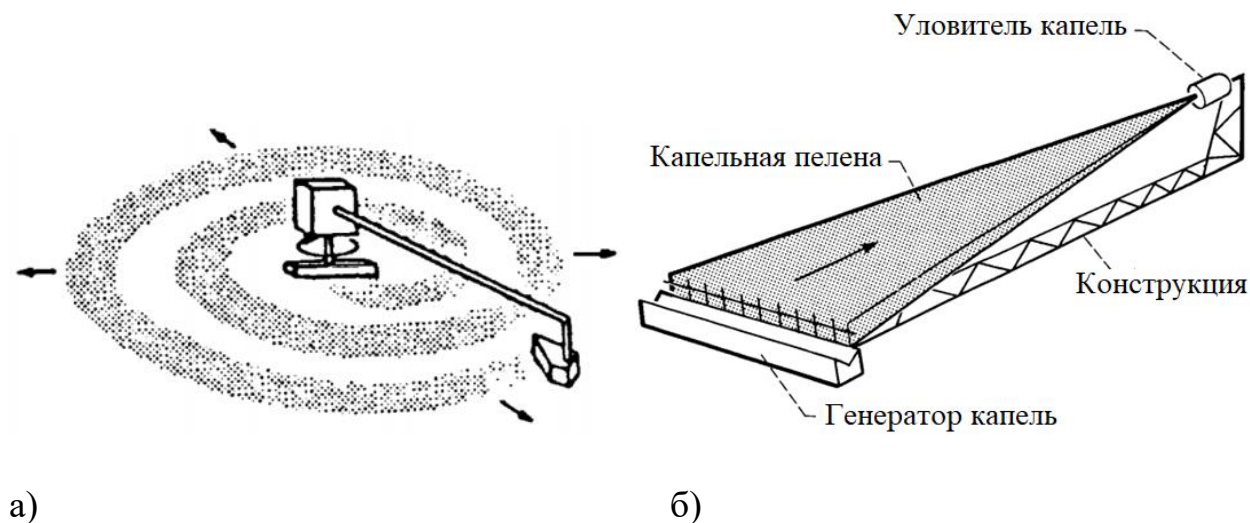


Рисунок 1.1. Различные конфигурации КХИ: а) спиральная и б) треугольная.

В работе [5] приведены результаты детальной проработки идеи КХИ. Предложен метод оптимизации параметров КХИ в зависимости от решаемой задачи, рабочей температуры и используемого рабочего тела. Создан метод расчёта массы КХИ. Проработаны вопросы выведения КХИ на орбиту и его разворачивания в условиях космического пространства. Исследован процесс работы заборного устройства. Определены условия, в которых сбор рабочего тела происходит без разбрызгивания. Показано, что использование КХИ становится целесообразным при следующих условиях. В случае высокотемпературных излучателей, использующих в качестве рабочих тел жидкие металлы – при мощности порядка $10 \text{ МВт} \div 100 \text{ МВт}$. В случае низкопотенциальных излучателей, использующих в качестве рабочих тел силиконовые масла – при мощности в несколько сот киловатт.

В качестве преимуществ КХИ в работах [4-5] называются: устойчивость к воздействию микрометеоритов; значительно меньшая масса по сравнению с традиционными холодильниками-излучателями; а также удобство транспортировки

КХИ на орбиту и последующего его разворачивания в условиях космического пространства.

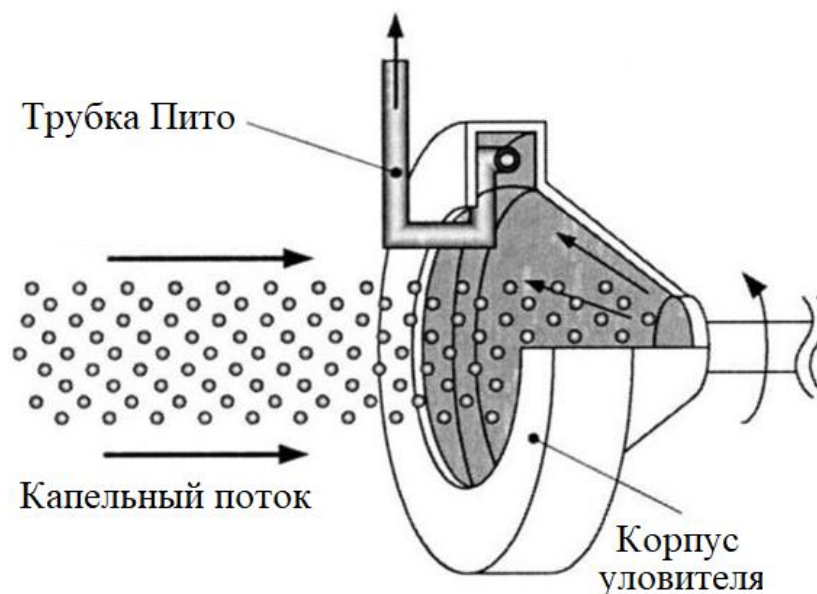


Рисунок 1.2. Центробежный уловитель капель.

В научно-технических отчётах [6, 7] подробно обсуждалась проблема выбора конфигурации КХИ. Треугольная конфигурация (рис. 1.1) была признана наилучшей, поскольку в этом случае отпадает необходимость создавать заборное устройство значительных размеров. В треугольной конфигурации генератор капель формирует сходящийся капельный поток. Сбор капель производится центробежным уловителем капель (рис. 1.2) диаметром порядка одного метра [7]. Были выявлены следующие недостатки треугольной конфигурации КХИ: неэффективное использование габаритов КХИ, столкновения капель при полёте и сложность реализации генератора капельного потока [7]. Часть исследований, проводимых компанией Grumman, была посвящена КХИ с прямоугольной конфигурацией. Для сбора остывшего капельного потока и замыкания гидравлического контура в этом случае предполагалось использовать пассивный уловитель капель (рис. 1.3).

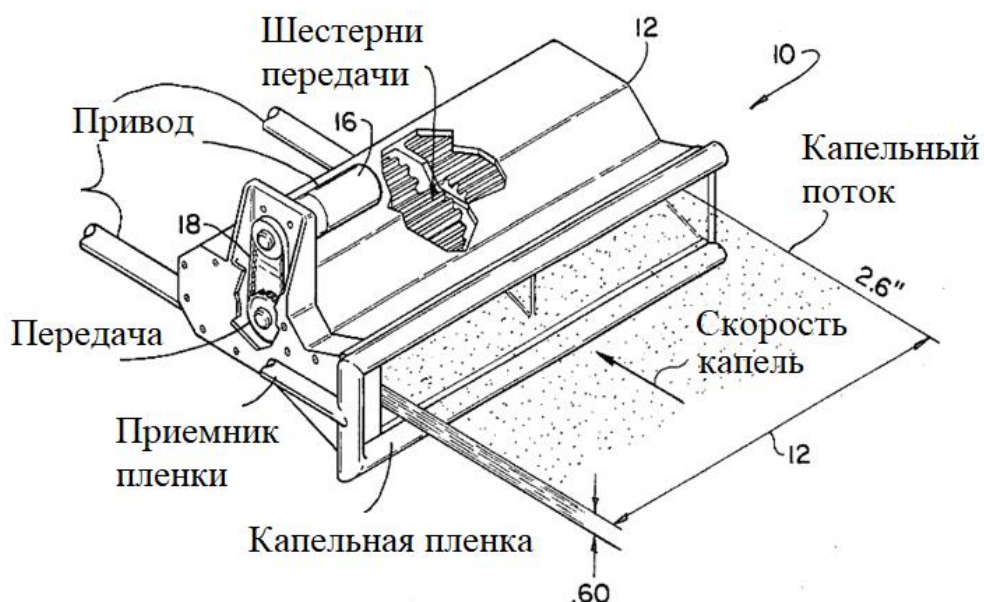


Рисунок 1.3. Пассивный уловитель капель.

Параллельно с изучением возможностей использования КХИ, в США проводились исследования плёночного холодильника-излучателя. От КХИ он отличается тем, что из рабочего тела создаётся не капельный поток, а плёнка жидкости. При распространении в космическом пространстве рабочее тело охлаждается, и, уже остывшая плёнка, улавливается заборным устройством. В работах [6, 7] на основе экспериментальных данных констатируется возможность создания плёночного холодильника-излучателя. Эксперименты в этих исследованиях проводились в вакууме. В качестве рабочего тела использовалось вакуумное масло Dow Corning 705. Начальная ширина плёнки составляла 23,5 см, длина пролёта – 3,5 м. В техническом отчёте [8] приведены результаты теоретического и экспериментального исследования процесса схлопывания плёнки. Получены безразмерные критерии, описывающие скорость схлопывания. Исследован процесс развития неустойчивостей на сходящихся краях плёнки. Процесс схлопывания плёнки и развития неустойчивостей на её сходящихся краях теоретически исследовался в работе [9]. Результаты теоретической работы [9] и эксперимента [9] согласуются друг с другом.

В работе [10] теоретически и экспериментально исследована излучательная способность свободно распространяющейся плёнки жидкости. Показано, что колебания температуры рабочего тела в генераторе плёнки не влияют на процесс её остывания. В работе [11] предложен алгоритм расчёта плёночного холодильника-излучателя, работающего в ЭУ КА. В алгоритм включён расчёт гидродинамических и тепловых характеристик плёнки и параметры ЭУ КА. Проанализированы общие стороны и различия, возникающие при использовании плёночного холодильника-излучателя и КХИ в ЭУ КА.

Таблица 1.1. Предполагаемые области применения и характерные значения тепловой мощности КХИ.

Предполагаемая область применения.	Уровень мощности, КВт.
ЭУ космических станций.	75-100
Лазеры.	1000-10000
Электронные пушки.	1000
Радары.	30-100
ЭУ лунной базы.	100-300

В качестве заборного устройства для плёночного холодильника-излучателя в работах [6, 7, 11] предполагалось использовать центробежный уловитель капель (рис. 1.2). В плёночном холодильнике плёнка схлопывается под действием сил поверхностного натяжения, и использование компактного заборного устройства оказывается оправданным. Однако в КХИ, в результате погрешностей процесса генерации капель, действия электростатических сил и т.д., капли в капельном потоке могут расходиться в стороны. Для решения проблемы фокусирования капельного потока был предложен и запатентован КХИ с системой магнитного фокусирования траекторий капель [12]. В нём возле заборного устройства размещается электромагнит, а в рабочем теле, во взвешенном состоянии, находятся нано- частицы

ферромагнетика. Согласно оценкам авторов патента, необходимая величина магнитного поля составляет порядка 1Тл.

В 1980-х рассматривались следующие возможные области применения КХИ: ЭУ космических станций, космические лазеры и электронные пушки, мощные космические радары, ЭУ лунной базы. В отчёте [13] приводится таблица, содержащая возможные области применения и характерные значения тепловой мощности КХИ для этих случаев (Таблица 1.1). В работе [14] рассматривается проект лунной энергетической установки, работающей на основе регенеративного цикла Брайтона и включающей в себя КХИ. Мощность ЭУ составляет 3 МВт, удельная мощность – 66 Вт/кг. Срок автономной работы – 10 лет. В работе [15] проводится сравнительный анализ различных типов холодильников-излучателей, работающих в ЭУ на поверхности Луны. Наилучшим в работе [15] признан КХИ. Проведён анализ его тепловых режимов.

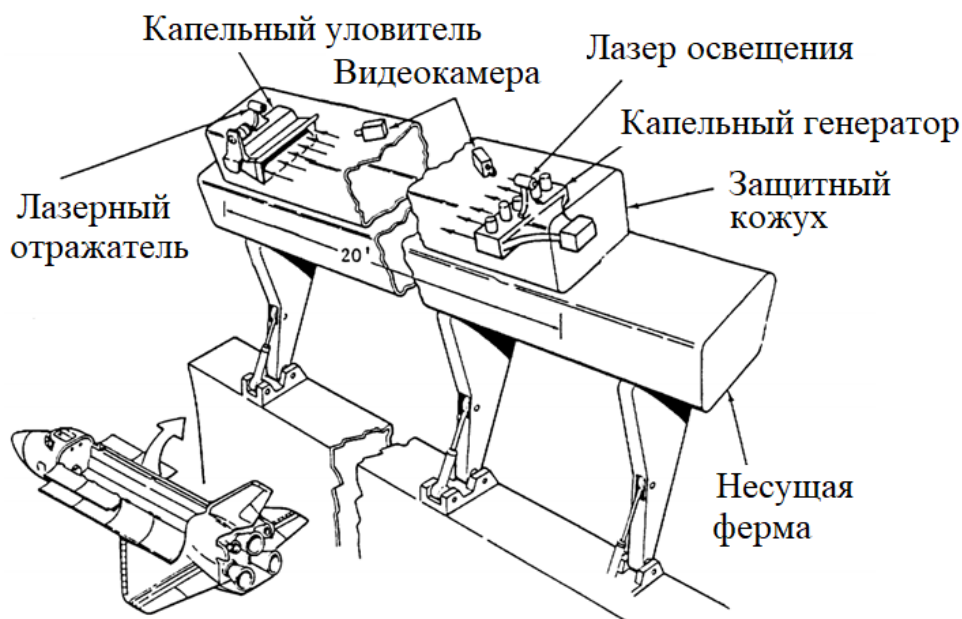


Рисунок 1.4. Схема проведения космического эксперимента с КХИ на КА «Шаттл».

В обзоре [13] описаны результаты проведённой к 1987 году научно-технической работы по теме КХИ. Её результаты признаются успешными, ставится задача проведения полноразмерного космического эксперимента. В отчёте [16]

проработан вопрос проведения космического эксперимента с КХИ в условиях открытого космического пространства на борту КА «Шаттл» (рис. 1.4). Однако, космические эксперименты с КХИ в США проведены не были. По данным авторов работы [17], в начале 90-х была проведена серия испытаний модели КХИ, предназначенной для космического эксперимента, в аэролаборатории в условиях микрогравитации. В 1994 году вышел обзор устройств, предназначенных для отвода тепла в космосе [18]. В нём идея КХИ не рассматривалась как подлежащая немедленной реализации.

В 1990-х стали появляться работы, в которых исследовались возможности использования КХИ в космических солнечных энергетических установках. В работе [19] продемонстрирована возможность создания солнечной ЭУ КА, использующей КХИ. В работе обсуждены особенности включения КХИ в ЭУ, а также конструктивные особенности такой интегрированной ЭУ. В работе [20], выполненной в Японии, рассчитаны параметры КХИ, обеспечивающего работу космической солнечной электростанции мощностью 5 МВт. Конфигурация капельного потока в КХИ этих станций предполагалось делать треугольной (рис. 1.1), а заборное устройство – центробежного типа (рис. 1.2).

В Японии были выполнены исследования процесса сбора капельного потока и работы центробежных заборных устройств. В работе [21] исследован процесс конвергенции капельного потока в невесомости в вакууме. Для этих условий определены закономерности столкновения отдельных капель. В работе [22] приведены результаты испытаний центробежного заборного устройства в условиях микрогравитации. На основе экспериментальных данных сделан вывод о том, что центробежное заборное устройство способно транспортировать рабочую жидкость в циркуляционный насос в условиях микрогравитации. Результаты экспериментального исследования процесса взаимодействия капельного потока с поверхностью заборного устройства приведены в работе [23]. В ней описаны результаты экспериментов с монодисперсными капельными потоками в условиях микрогравитации. Для потока с диаметром капель 250 мкм, падающего со скоростью

16 м/с на поверхность под углом 35^0 к направлению потока, разбрызгивания не наблюдалось. Таким образом показано, что для натуральных условий работы КХИ, разбрызгивания капель при их столкновении с заборным устройством не происходит.

Разбрызгивание, согласно результатам работы [23], может происходить на поверхности заборного устройства в случае, когда капля попадает на слой рабочего тела, движущегося против направления движения капельного потока. Результаты [23] согласуются с экспериментальными исследованиями, описанными в статье [24]. В ней на основе экспериментальных исследований делается вывод о том, что для натуральных условий КХИ отскакивание и расплёскивание капель, падающих на заборник, не происходит. А механизм потери рабочего тела при сборе капель – возникновение и развитие в плёночных течениях «волн выплёскивания» (wave shedding).

В работе [26] предложена математическая модель циркулирования рабочего тела в гидравлическом контуре КХИ с центробежным уловителем капель. Результаты теоретической модели с высокой точностью совпадают с экспериментальными данными. В статье констатируется возможность создания автоматической системы управления работой гидравлического контура КХИ на основе предложенной математической модели. В статье [26] описана работа замкнутого гидравлического контура модели КХИ с автоматической системой управления. Управление осуществлялось запрограммированными микроконтроллерами. Расход рабочего тела через капельный поток и центробежный заборник достигал величины 200 миллилитров в минуту.

С начала 2000-х годов в США, в United States Air Force Academy и в University of Colorado at Colorado Springs, ведутся работы, посвящённые исследованию возможностей применения технологии КХИ для управления относительным положением космических аппаратов при их групповом полёте (рис. 1.5) [27, 28, 29, 30, 31]. Идея управления движением заключается в использовании потока капель. Каждый из КА генерирует капельный поток, выпускает его по направлению к соседнему КА и улавливает капельный поток, испущенный другим КА. За счёт

обмена капельными потоками происходит обмен импульсом. По оценкам авторов работ, с помощью капельных потоков расстояние между КА можно выдерживать с точностью до нескольких миллиметров. Такая точность необходима для радиолокационного наблюдения за поверхностью Земли с разрешением порядка одного сантиметра. Исследования показывают, что поддерживать траекторию таких КА с помощью процесса обмена капельными потоками, с точки зрения массовых затрат, оказывается выгоднее, чем с применением ионных двигателей [27]. В качестве перспективного рабочего тела для таких систем рассматриваются ионные жидкости [29].

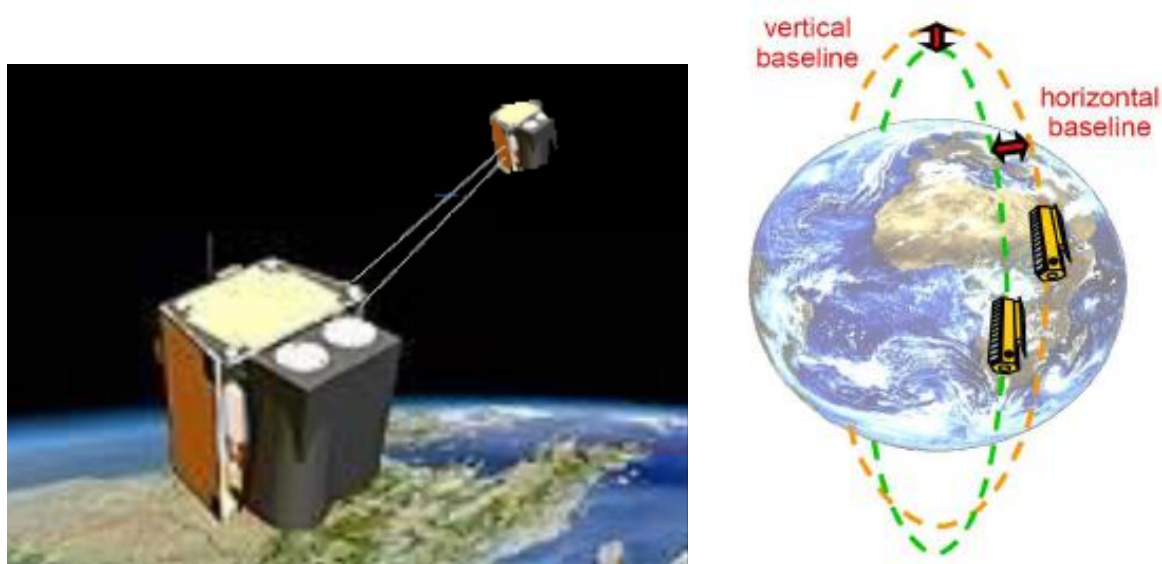


Рисунок 1.5. Реализация группового полёта КА с использованием технологии капельного холодильника – излучателя.

В работах [27, 28, 29, 31] теоретически и экспериментально исследован процесс получения каплями электрического заряда под действием факторов космического пространства, и влияния заряда на расходимость капельного потока. Показано, что наличие пространственного заряда в капельном потоке не оказывает существенного влияния на распространение уединённых капельных струек. Так, для натуральных условий системы позиционирования КА, расходимость капель, вызванная наличием

на них заряда, составит порядка десяти сантиметров при скорости капле ≈ 10 м/с, радиусе частиц ≈ 1 мм, и времени пролёта пятьдесят секунд.

В 1980-х годах в США проводились исследования, направленные на создание рабочего тела для КХИ [32]. Было синтезировано силиконовое масло Dow Corning 705, обладающее приемлемыми для работы КХИ испаряемостью, вязкостью и тепло-механическими свойствами. Проводились исследования влияния на это рабочее тело факторов космического пространства, таких как ионизирующие излучения и атомарный кислород [33]. Исследование физических процессов, возникающих в ходе генерации капельного потока и теплообмена в распространяющемся потоке капель в США проводилось на натурном рабочем теле Dow Corning 705.

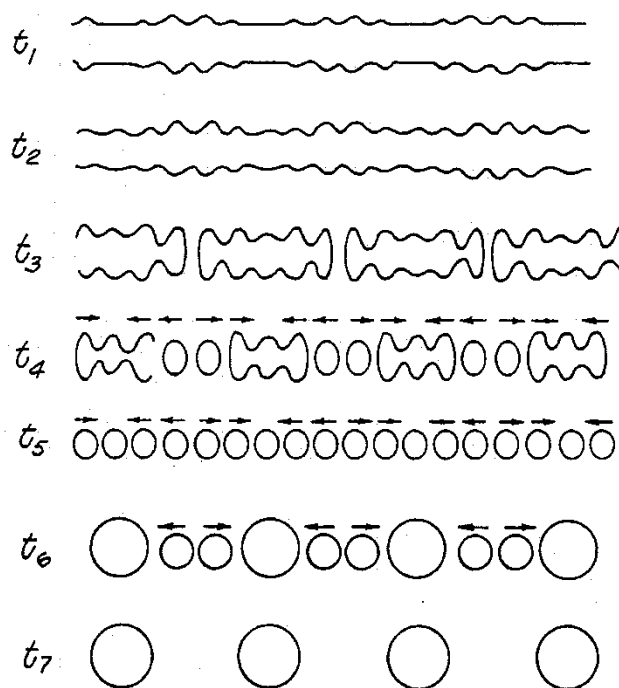


Рисунок 1.6. Схема образования монодисперсного капельного потока при двухмодовом распаде.

Исследования процесса генерации капельного потока в США проводились в University of California. К концу 1980-х были запатентованы метод создания

монодисперсного капельного потока [34], устройство для создания монодисперсного капельного потока [35] а так же генератор капельного потока, в котором акустический сигнал, инициирующий капиллярный распад, создаётся турбулентными колебаниями жидкости [35]. В отчёте [36] проведён анализ особенностей работы генератора капель с расходом рабочего тела в десятки литров в секунду. Анализ проводился как с помощью теоретических моделей распространения акустических колебаний в полости генератора капель, так и с использованием экспериментальных данных о дисперсии скоростей и размеров капель, созданных генератором. Описание отработки технологии производства фильер генераторов капельного потока дано в техническом отчёте [38]. В качестве перспективных технологий обозначены следующие способы создания отверстий: электроразрядное сверление, фотокерамика и механическое сверление отверстий. Стандартное угловое отклонение фильер, изготовленных такими способами, находится в диапазоне $4,6 \div 10$ миллирадиан.

В University of California отработана технология генерации монодисперсных капельных потоков методом вынужденного капиллярного распада, сохраняющих свою структуру при распространении на расстояния в несколько десятков метров [39]. При проведении этих работ, исследовательская группа экспериментально и теоретически выявила и проанализировала причины нарушения монодисперсности и моноструктурности капельного потока [40]. Были выявлены следующие факторы: рабочее тело – не-ньютоновская жидкость, капиллярный распад происходит на участке струи с неустановившимся параболическим профилем течения, помимо сигнала, инициирующего распад струи, присутствуют шумы. Кроме того, было установлено, что существует внутренняя связь между дисперсией скорости капель и скоростью их роста, а именно, что дисперсия скорости капель обратно пропорциональна фактору роста амплификации капель.

Для достижения монодисперсности капельных потоков было предложено использовать двухмодовый капиллярный распад [41, 42]. Идею иллюстрирует рис. 1.6. На струю рабочего тела накладывается двухмодовое возмущение (на рис. 5 - t_1). В результате его развития (t_2) струя распадается на длинные участки (t_3), в каждом из

которых происходит дальнейшее развитие неустойчивостей (t_4) до состояния распада на малые капли (t_5). Из-за наличия у образовавшихся малых капель относительных скоростей, обусловленных действием второй моды инициирующего сигнала, капли кооптируются друг с другом вначале до состояния полидисперсного капельного потока (t_6), а затем в монодисперсный поток (t_7). Этот метод создания монодисперсных капельных потоков был экспериментально проверен в работах [41, 42] а затем запатентован [34].

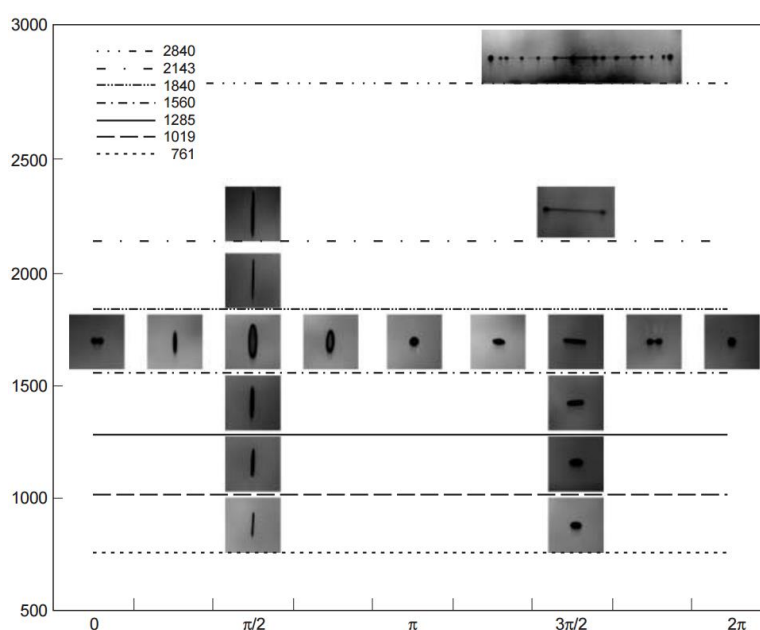
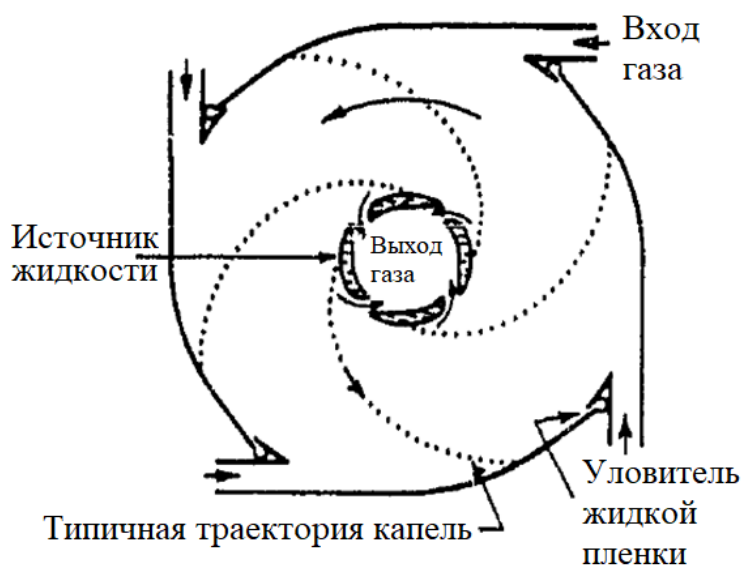


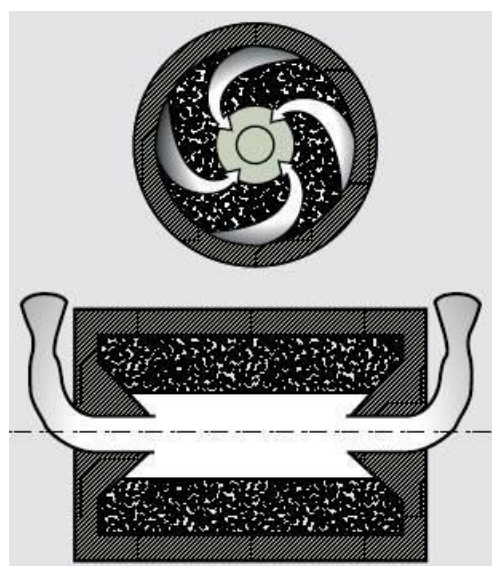
Рисунок 6. Схема развития процесса столкновения капель с вязкостью 30 сСт при различных чисел Вебера. По оси абсцисс отложено безразмерное время, по оси ординат – число Вебера [43].

В University of California экспериментально исследовался процесс столкновения капель [41, 42, 43, 44, 45]. Эксперименты проводились в вакууме с рабочим телом, близким по свойствам к натурному. Детальные наблюдения процесса деформации капель после удара показали, что разбрызгивание обусловлено исключительно развитием неустойчивость перетяжки, соединяющей столкнувшиеся капли. На рис. 1.7 приведена диаграмма, иллюстрирующая схему развития процесса столкновения

капель с вязкостью 30 сСт для различных чисел Вебера [43]. Эксперимент показывает, что критические числа Вебера, при котором происходит разбрызгивание при столкновении капель, составляет для жидкостей с вязкостью 30 сСт - $We \approx 3000$, при вязкости 10-сСт – $We \approx 300$. В работе [45] экспериментально исследовалось столкновение заряженных капель. Относительная скорость капель в этом исследовании возникала из-за неоднородности процесса распада струи. Показано, что существует некоторое критическое значение заряда капель, при котором столкновения не происходит. В работе [25] теоретически и экспериментально исследован процесс распространения заряженной капельной струйки в атмосфере. Получена зависимость влияния заряда капель на их отклонение от оси струйки.



а)



б)

Рисунок 1.8. а) Схема центробежного капельного теплообменника [47]; б) схема реактора ядерного ракетного двигателя с центробежным удержанием ядерного топлива [51].

Решением задачи теплового расчёта занимались А. Т. Mattick и А. Hertzberg. Исследование теплообмена проводилось параллельно с концептуальной проработкой

КХИ, развёрнутой в работах [1-4]. Примечательно, что во время этих исследований Mattick и Hertzberg участвовали так же в создании центробежного капельного теплообменника для ЭУ КА [47, 48, 49, 50]. Идейно и конструктивно центробежный капельный теплообменник близок к устройству реактора ядерного ракетного двигателя с центробежным удержанием топлива (рис. 1.8) [51].

В отчёте [50] Mattick и Hertzberg описывают результаты стендовых испытаний центробежного капельного теплообменника и сравнивают их с результатами теплового расчёта. В той же работе авторы рассчитывают теплообмен в капельном потоке КХИ. При этом тепловой расчёт и центробежного капельного теплообменника и КХИ проводится одним и тем же методом, основанным на теории рассеяния Ми. Суть метода сводится к использованию алгоритма аппроксимации угловых коэффициентов рассеяния капель. Основа алгоритма - разложение по полиномам Лежандра решения задачи рассеяния Ми. Разложение во втором порядке обеспечивает величину относительной ошибки расчёта теплоотдачи менее 10^{-3} . С помощью разработанной теории Mattick и Hertzberg рассчитывали угловое распределение излучения капельного потока и сравнивали его с экспериментально полученными результатами. В работе [50] описана методология и некоторые результаты таких экспериментальных исследований теплового излучения капельного потока. Эксперименты проводились с рабочим телом Dow 704. Капельный поток создавался фильерой с 2300 отверстиями. В эксперименте измеряли угловое распределение излучения, рассеянного каплями потока. Результаты экспериментов хорошо согласовывались с теоретическими расчётами.

В своих работах Mattick и Hertzberg рассматривали высокотемпературные капельные потоки [1-4, 46-49]. Считалось, что диаметр капель находится в пределах от 100 мкм до 300 мкм, температура капель превышает 600 К. При таких параметрах характерная длина волны теплового излучения потока сравнима с размером капель, и для расчёта коэффициентов испускания и рассеяния излучения необходимо использовать теорию Ми. В работе [49] на основе алгоритма расчёта коэффициентов

Ми предлагается создать программу для вычисления тепловой мощности, излучаемой капельным потоком, и проведения теплового расчёта КХИ.

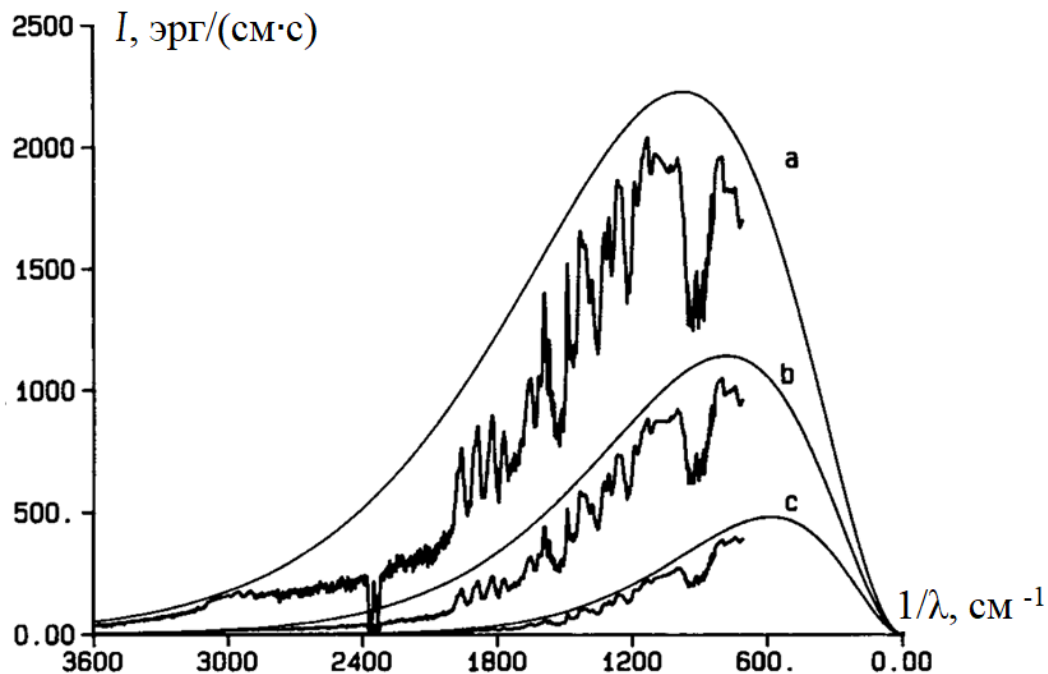


Рисунок 1.9. Спектральная интенсивность поглощения излучения капель DC-705 диаметром 100 мкм при разных температурах [55]. Температура капли: а) 500 К; б) 400 К; в) 300 К. Гладкие линии- интенсивность излучения абсолютно чёрного тела.

Sigel решал задачу радиационного остывания капельных потоков высокотемпературных КХИ. В статье [51] задача нестационарного радиационного охлаждения поглощающего-рассеивающего плоского капельного потока решена аналитически методом разделения переменных. С помощью аналитического решения показано, что излучательная способность капельного потока, равная мгновенной потере тепла, отнесённой к мгновенной средней температуре в четвёртой степени, зависит только от оптической толщины потока и альбедо рассеяния. При этом излучательная способность потока существенно отличается от случая с нулевым градиентом температуры. Эта закономерность становится справедливой после начального переходного периода, во время которого происходит согласование

распределения температуры и функции источника рассеяния. Длительность переходного периода для высокотемпературных КХИ ($T \geq 600\text{K}$) пренебрежимо мала. В то же время для низкопотенциальных КХИ ($T \lesssim 500\text{K}$) длительность процессов установления может превышать время пролёта капель в пелене. Поэтому для теплового расчёта низкопотенциального КХИ необходимо решение задачи радиационного остывания структурированной капельной пелены, описывающее переходные процессы.

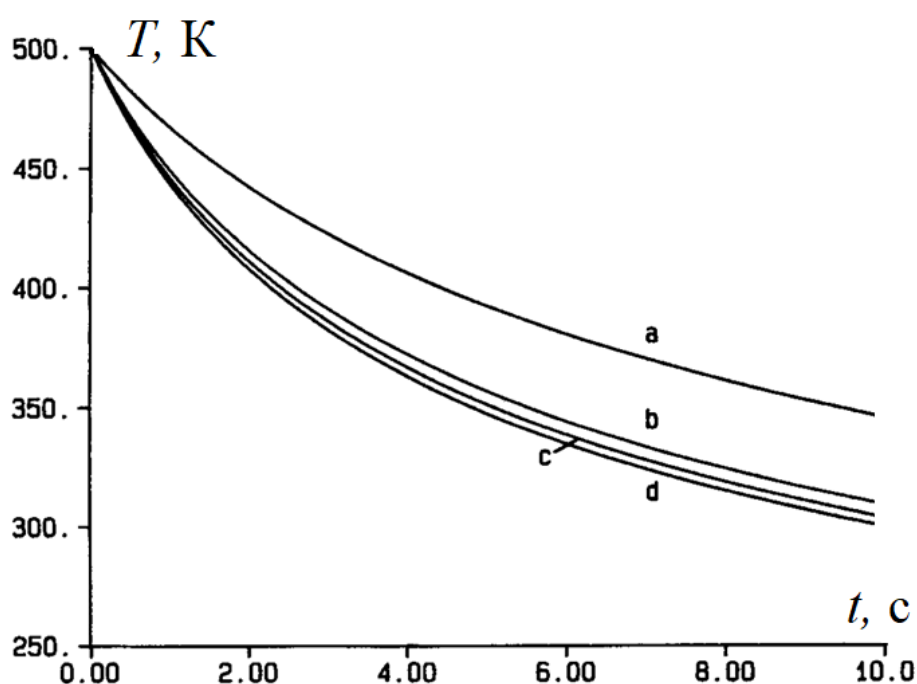


Рисунок 1.10. Зависимость среднемассовой температуры капельных потоков от времени. Рабочее тело – масло DC-705, диаметр капель – 100 мкм. Оптическая толщина потоков: а) $\tau = 1$; б) $\tau = 0,1$; в) $\tau = 0,01$; д) одиночная капля [55].

В работе [52] при решении задачи радиационного остывания используется модель сплошной среды, распределение капель предполагается изотропным, а радиационный теплообмен - диффузионным. С помощью этой модели возможно рассчитать поле температуры в ядре потока. Но расчёт граничных эффектов в предположениях изотропной модели некорректен: кинетические коэффициенты

переноса излучения на границе потока обусловлены геометрической структурой капельного потока и быстро меняются при продвижении от края к ядру потока. Из-за этого возникает сильная анизотропия поля температуры, описывать которую с помощью модели диффузионного переноса излучения некорректно.

В Китае в 2000-х годах выполнен ряд работ, посвящённых изучению процесса теплообмена высокотемпературных КХИ. В работе [53] предложен метод теплового расчёта, основанный на обобщении модели сплошной среды. Капельный поток рассматривается в трёх масштабах: в микро- мезо- и макро- масштабах. Идея метода заключается в том, что в каждой точке потоку приписываются некоторые оптические и механические свойства, зависящие от свойств рабочего тела, распределения размеров частиц, степени монодисперсности капель и близости поля температуры в потоке к состоянию термодинамического равновесия. Расчёт оптических характеристик среды проводится на основе теории Ми в мезо-масштабе. Используя распределение оптических характеристик по объёму потока, в макро-масштабе рассчитывается поле температуры в потоке КХИ. На основе развитой в работе [53] теории, создана программа, проводящая тепловой расчёт высокотемпературного КХИ с оптической толщиной капельного потока $\tau \gg 1$ [54]. Программа решает уравнения диффузионного переноса излучения в среде. Предусмотрена возможность расчёта потока, вещество котором меняет агрегатное состояние.

Альтернативный решению уравнений диффузионного переноса излучения метод теплового расчёта КХИ предлагается в работах [55, 56]. В них фокус рассмотрения процесса остывания перемещён на изучение спектров излучения и поглощения отдельных капель в разных условиях. На рис. 1.9 приведены экспериментально измеренные спектры излучения и поглощения капли диаметром 100 мкм, изготовленной из силиконового масла DC-705, при разных температурах [55]. С помощью экспериментально измеренных интенсивностей излучения, авторы работы [55] проводят расчёт остывания капельных потоков КХИ различной оптической толщины (рис. 1.10). Для расчёта используется модель изотермического потока. Излучательная способность потока рассчитывается в модели сплошной

среды. Авторы работы констатируют неприменимость используемой модели изотермического изотропного потока для теплового расчёта капельных потоков значительной оптической толщины. В статье обсуждается необходимость описания капельных потоков значительной оптической толщины с помощью модели стратифицированной многослойной системы с градиентом температуры. Такую модель авторы считают хорошей отправной точкой для моделирования нестационарных процессов остывания капельных потоков. Публикации, в которых описана реализация этой исследовательской программы, в печати не появлялись.

В СССР был проведён анализ результатов исследований, проделанных в США [57]. В работах [51, 58-60] проанализированы возможности использования КХИ для решения актуальных задач, стоящих перед российской космонавтикой. В них показано, что идея КХИ актуальна, новый тип холодильника для КА по удельным энерго-массовым характеристикам в несколько раз превосходит традиционные излучатели. Возможность потенциального выигрыша в параметрах энергетических установок космического назначения за счёт использования КХИ, сделала необходимым решение ряда проблем, которые стоят на пути практической реализации такой системы и требуют детальной теоретической и экспериментальной проработки. К ним относятся [51]:

- создание генератора капельного потока, обеспечивающей генерацию монодисперсных капель жидкости с малой угловой расходимостью;
- организация сбора капель в заборном устройстве, исключая потери теплоносителя;
- обеспечение радиационного отвода тепла от капельного потока в условиях микро гравитации и глубокого вакуума;
- выбор рабочего тела для КХИ, исходя из требований минимальных потерь при длительной эксплуатации установки а так же радиационной стойкости;

- организация процесса распространения капельного потока в условиях космического пространства; парирование разлёта капельного потока, вызванного электростатическим отталкиванием капель [61].

Уровень экспериментальной и теоретической проработки указанных проблем, достигнутый в Российской Федерации, позволил провести два космических эксперимента (в 2000 и 2014 годах) в условиях микрогравитации и высокого вакуума с целью подтверждения возможности практической реализации концепции КХИ [60, 62, 63, 64]. Во время первого эксперимента в натурных условиях была подтверждена возможность создания монодисперсных капельных потоков с малой угловой расходимостью. Во время второго эксперимента испытывалась система сбора капельного потока. Космический эксперимент подтвердил возможность сбора капельного потока динамическим заборным устройством.

В России проведены теоретические и экспериментальные, в том числе космические эксперименты, исследования заборных устройств различного типа [51, 60, 64-68]. Исследовались центробежные заборные устройства, активные заборные устройства с вращающимся диском, пассивные заборные устройства с распространяющейся по их поверхности плёнкой жидкости, плёночные заборники капель, в котором капли захватываются свободно распространяющейся плёнкой жидкости, пластинчато-роторные заборные устройства, работающие совместно с лентой-транспортёром. Выявлены сильные и слабые стороны заборников различного типа, создан экспериментальный и теоретический задел, позволяющий создать экспериментальный модуль капельного холодильника-излучателя для космического эксперимента, целью которого будет устойчивое замыкание гидравлического контура КХИ.

В Советском Союзе, а затем в Российской Федерации разрабатывались следующие методы теплового расчёта КХИ. Аналитические методы расчёта оптически тонкого капельного потока [59, 60]. В этом случае пренебрегают взаимным затенением капель. Метод применим для исследования закономерностей радиационного охлаждения оптически тонких капельных потоков. Метод расчёта

температур отдельных капель капельного потока [59, 60] позволяет рассчитать поле температуры в случае, когда суммарный коэффициент переоблучения каждой капли с капельным потоком достаточно мал и определяется переоблучением с соседними каплями. Для достаточно разреженного капельного потока данный метод обеспечивает высокую точность расчёта поля температуры. Упрощенные методы расчёта капельного потока с произвольной оптической толщиной [60]. Капельный поток при использовании этого метода рассматривается как сплошная квазиоднородная среда с постоянными оптическими свойствами. Поле температуры получается в результате численного решения уравнения диффузионного переноса лучистой энергии. Первые два из рассмотренных методов не позволяют рассчитывать оптически толстый капельный поток. Последний метод, сходный с методами расчёта, предложенными в работах [50, 52-54], неприменим для расчёта низко-потенциальных КХИ. Кроме того, упрощённый метод расчёта работы [60] и аналогичные ему методы работ [50, 52-54] не позволяют рассчитывать остывание существенно неоднородной среды, - например капельного потока, состоящего из нескольких капельных слоёв, расположенных на достаточно большом расстоянии друг от друга.

В работе [69] поле температуры в капельном потоке предлагается рассчитывать в приближении струйной модели. Капельный поток в этом случае моделируют системой в виде рядов непрерывных струй. Модель непрерывных струй в несколько раз завышает угловые коэффициенты излучения капельных слоёв с окружающим пространством и не позволяет исследовать переоблучение соседних капель. Кроме того, для описания радиационного взаимодействия в работе используется метод среднего поля, из-за чего погрешность результатов оказывается достаточно большой. По утверждениям авторов, метод даёт погрешность температуры $\approx 15\%$ абсолютной температуры.

Метод теплового расчёта КХИ, основанный на расчёте коэффициентов переоблучения каждой капли с каждой в потоке КХИ предложен в работе [70]. Характерное число частиц в натурном КХИ составляет $\approx 10^9 \div 10^{10}$. Поэтому при проведении теплового расчёта, предложенного в работе [70], в памяти ЭВМ

необходимо хранить $\approx 10^{18} \div 10^{20}$ коэффициентов излучения. Поэтому данный метод для расчёта натуральных КХИ неприменим. Принципиальные недостатки метода расчёта, изложенного в работе [70] следующие. Закономерности процесса радиационного остывания капельного потока неотделимы от случайных расчётных эффектов, вызванных выбором начальных или граничных условий, свойств модели, используемой для численного решения задачи, погрешностей решения и т.д. Использование численного расчёта для конструирования структуры капельного потока предполагает многократное повторение расчёта, что, даже с использованием современных ЭВМ, занимает неприемлемое количество времени. Область практического применения подобных методов – подтверждение предполагаемых свойств той или иной структуры капельного потока.

Кроме того, существует несколько работ в которых процесс остывания капельного потока рассматривался как распространение тепловой волны в среде с нелинейной теплопроводностью [71]. При этом для расчетов использовалось приближение сплошной среды и модель диффузионного переноса излучения.

В России развёрнуты исследования по синтезированию новых рабочих тел для бескарасных систем отвода низкопотенциального тепла в космосе. Синтезирование ведётся путём создания новых ионных жидкостей. В работах [68, 72-76] отражены некоторые результаты, полученные на этом пути. В результате проведённых исследования создан ряд перспективных теплоносителей, скорость испарения которых на порядки ниже существующих ранее аналогов. Однако вязкость перспективных рабочих тел оказывается существенно выше вязкостей жидкостей, на которых проводилось исследование процесса вынужденного капиллярного распада. Значение числа Онезорге (аналог числа Рейнольдса для капиллярных волн) для распадающихся струй перспективных рабочих тел составляет $Oh \approx 0,2 \div 5$. Для струй исследованных ранее теплоносителей $Oh < 0,05$. Поэтому к перечисленным выше задачам, решение которых необходимо для реализации проекта КХИ, добавляется следующая: исследование процесса вынужденного капиллярного распада струй с числом Онезорге $Oh \approx 0,2 \div 5$.

1.2 Исследования капиллярного распада сильно вязких струй

В 1970-х годах была теоретически рассчитана зависимость размеров капель от волнового числа возмущения для случая мало вязкой струи; теоретический расчет был подтвержден экспериментом [77]. Эти результаты описывают закономерности капиллярного распада не вязких струй ньютоновых жидкостей. В случае, когда жидкость вязкая, закономерности капиллярного распада сложным образом зависят от значения числа Онезорге.

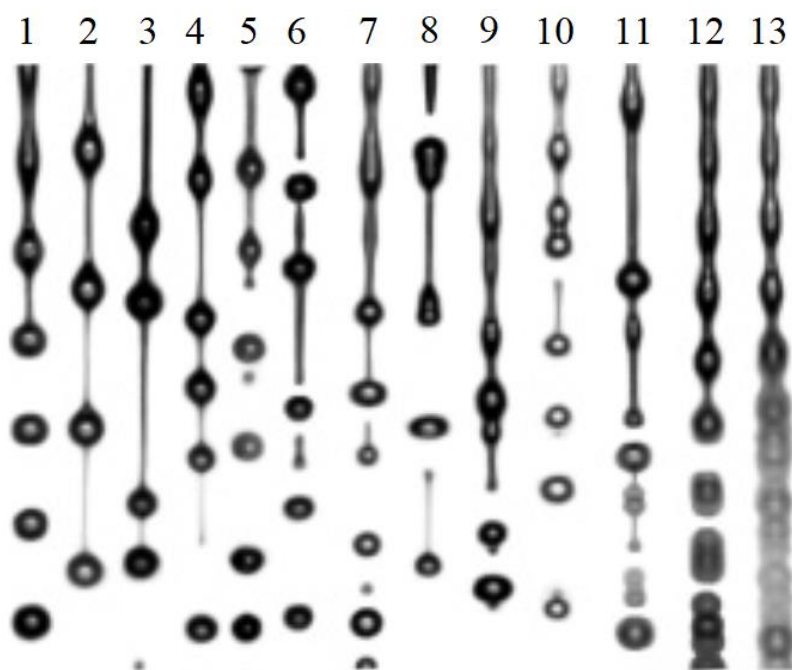


Рисунок 1.11. Поведение струи вблизи точки распада [80].

В 2000-х годах, применительно к задачам микрофлюидики, активизировалось исследование процесса вынужденного капиллярного распада сильно вязких струй. Из-за высокой сложности задачи большинство исследователей отказалось от создания универсальной модели происходящих гидродинамических процессов и сконцентрировалось на создании численных методов, позволяющих рассчитывать процесс капиллярного распада при конкретных значениях параметров (например [78, 79]). В настоящее время не существует полного теоретического решения задачи вынужденного капиллярного распада струй при $On \sim 1$.

В экспериментальных работах [80, 81, 82], выполненных применительно к задаче создания КХИ, исследовался капиллярный распад вакуумного масла ВМ1-С. Проведённые в работе [80] эксперименты показали, что в некоторых условиях распад вязкой струи может быть похож на распад невязкой жидкости (рис. 1.11: 1 и 2). Но при других условиях – существенно от него отличаются. Так, распад вязких струй может происходить и с образованием перешейков (рис. 1.11). Были выявлены следующие сложные режимы распада: распад струй с разными расстояниями между каплями одинакового размера (рис. 1.11: 3, 4, 5); режимы монодисперсного распада с промежуточными процессами возникновения и поглощения капель – сателлитов (рис. 1.11: 6, 7, 8); а также режимы, в которых проявляются эффекты нелинейного характера (рис. 1.11: 9, 10, 11). Кроме того, существуют режимы, в которых образовавшиеся капли колеблются с частотой, отличной от частоты колебаний, распространяющихся по поверхности струи (рис. 1.11: 12, 13). В работах [80, 81, 82] был предложен метод экспериментального определения оптимальных параметров капиллярного распада. Но в полной мере теоретически описать полученные результаты не удалось.

В 90-х годах был получен ряд результатов, посвященных процессу автомодельного разрыва струй вязких жидкостей. Обзор результатов этих исследований можно найти в работе [83]. Кратко приведем основные результаты. В работе [81] предложена методика описания процесса капиллярного распада струи. При этом фокус внимания переносится с рассмотрения зависимости радиуса струи от координаты и времени на сценарий процесса распада – изучается последовательность смены автомодельных режимов утончения струи, приводящая к ее распаду. Автомодельные закономерности разрыва являются универсальными, практически не зависят от начальной формы струи. Описаны два автомодельных режима утончения струй ньютоновских жидкостей. Так называемое стоковое решение реализуется в случае, когда пренебрежимо малы, по сравнению с силами вязкости и поверхностного натяжения, оказываются силы инерции. При этом форма струи симметрична относительно точки разрыва. В случае соизмеримости действующих

сил, реализуется так называемое универсальное решение автомодельного разрыва струи, асимметричное относительно точки разрыва. Возмущения формы универсального решения обусловлены наличием механизма итерационной неустойчивости. При этом вблизи точки разрыва формируется новая область универсального автомодельного решения.

Ранее при расчете автомодельных закономерностей разрыва струи использовалось предположение пренебрежимо малой величины её кривизны, обусловленной изменением формы в аксиальном направлении, по сравнению с величиной, равной обратному радиусу струи. В обзоре литературы нашли отражение не решенные к настоящему времени задачи. Так, из общих физических закономерностей следует, что по мере развития стокова решения, должна происходить его трансформация в универсальное. Однако в настоящее время механизм разрушения симметрии стокова решения не описан.

2 Исследование процесса формирования капельного потока

Список использованных в разделе обозначений

R_m – радиус основных капель, образующихся в процессе капиллярного распада струи

R_s - радиус сателлитных капель, образующихся в процессе капиллярного распада струи

r_0 - радиус невозмущённой струи

x – аксиальная координата

r – радиальная координата

ρ - плотность жидкости

μ - динамическая вязкость жидкости

$On = \mu / \sqrt{\sigma r_0 \rho}$ – число Онезорге

v_r - радиальная составляющая скорости вещества в струе

v_x - аксиальная составляющая скорости вещества в струе

p – давление

h – радиус струи

R_1 и R_2 - главные радиусы кривизны поверхности струи

u – безразмерная скорость вещества в струе

λ - длина волны возмущения поверхности струи

$k = 2\pi r_0 / \lambda$ - безразмерное волновое число возмущения

ε - безразмерная амплитуда возмущения

ω - фактор роста возмущения

$g(k, Oh)$ – интенсивность индуцирования высоты вторичной волны

$j(k, Oh)$ – интенсивность индуцирования скорости вторичной волны

v_0 - первый член разложения величины v_x по r

$t_0 = \sqrt{\rho r_0^3 / \sigma}$ – характерный временной масштаб капиллярного распада струи

$u = v_0 t_0 / r_0$ – безразмерная скорость вещества струи

$f = \varepsilon \exp(\omega t)$

Θ_{ij} - фактор роста j – той моды i – того порядка разложения

K_{ij} - волновое число j – той моды i – того порядка разложения

x^* – координата точки разрыва струи

t^* – момент времени разрыва струи

$l_v = \mu^2 / \rho \sigma$ – характерный пространственный масштаб процессов автомодельного разрыва струи

$t_v = \mu^3 / \rho \sigma^2$ – характерный временной масштаб процессов автомодельного разрыва струи

b, ζ_1, ζ_1 – константы автомодельного решения разрыва струи

$$\bar{t} = \frac{t - t^*}{t_v}$$

$$q = \frac{x - x^*}{l_v \bar{t}^b}$$

$h = \bar{t}^{\zeta_1} \phi(q)$ – автомодельная зависимость формы струи

$u = \bar{t}^{\zeta_2} \psi(q)$ - автомодельная зависимость скорости вещества струи

V - скорость волны Римана

h_s – форма струи в процессе автомодельного вязкого разрыва струи

u_s – скорость в струе в процессе автомодельного вязкого разрыва струи

δu_s – возмущение скорости в процессе автомодельного вязкого разрыва струи

δh_s – возмущение формы поверхности в процессе автомодельного вязкого разрыва струи

θ – фактор роста возмущений автомодельного решения

Ψ – функция распределения капель по размерам

d – диаметр струи жидкости

V – скорость струи жидкости

ρ_v – плотность воздуха

2.1 Физико-математическая модель развития возмущений в струе вязкой жидкости

В КХИ генерация капельного потока производится методом вынужденного капиллярного распада струй (ВКРС). Принципиальная схема генератора капель изображена на рис. 2.1-а. Рабочее тело циркулирует через генератор, внутри которого установлен пьезоэлемент. При подаче периодического электрического сигнала, пьезоэлемент начинает колебаться и генерировать акустические волны во внутреннем объеме генератора капель. Рабочее тело истекает из капиллярных отверстий фильеры генератора в виде струй. Через отверстия фильеры в истекающую струю проникают акустические колебания, изменяющие форму поверхности жидкости. В результате развития возмущений, происходит вынужденный капиллярный распад струи на капли (рис. 2.1-б).

К теплоносителю КХИ предъявляется требование низкой испаряемости. Все потенциально пригодные для использования в космосе рабочие тела имеют достаточно большую вязкость. В работе теоретически и экспериментально

исследуются закономерности процесса капиллярного распада сильно вязких струй при значении числа Онезорге близком к единице.

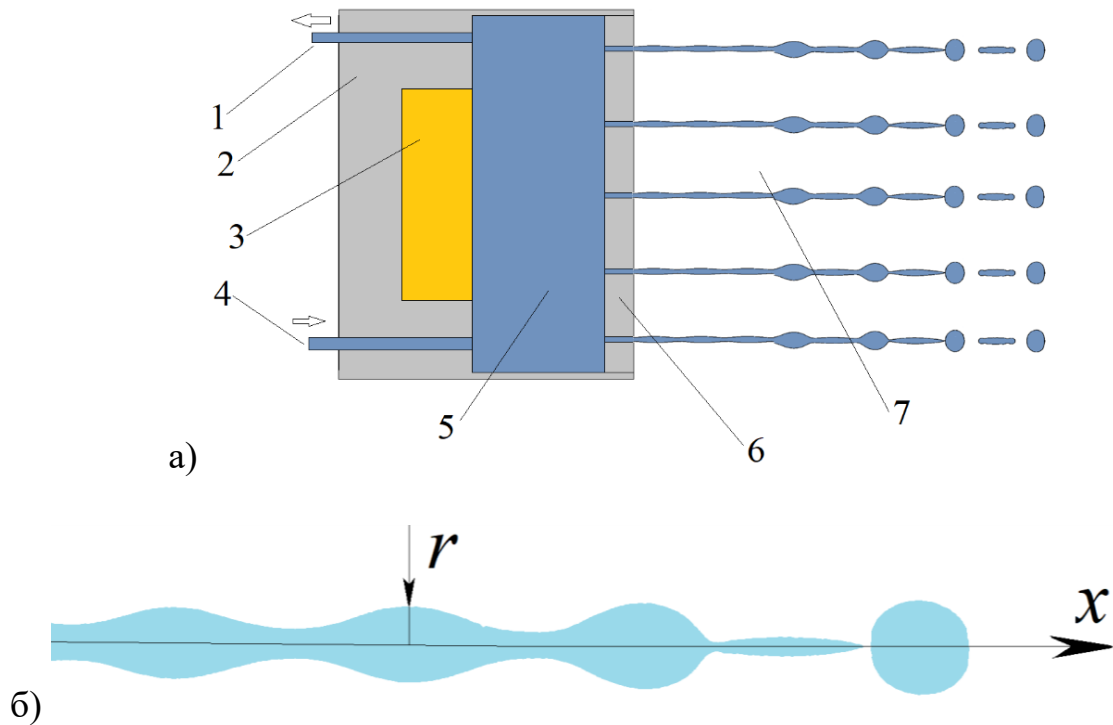


Рисунок 2.1. а) Принципиальная схема генератора капель. 1, 4 – подводящие и отводящие рабочее тело трубопроводы; 2 – корпус; 3 – пьезоэлемент; 5 – внутренняя камера; 6 – фильера с капиллярными отверстиями; 7 – распадающиеся на капли струи. б) Процесс капиллярного распада струи.

Рассматривались осесимметричные возмущения в струе вязкой жидкости. Динамическая система уравнений в цилиндрических координатах (ось x совпадает с осью струи – см. рис. 2.1) записывается следующим образом:

$$\partial_t v_r + v_r \partial_r v_r + v_x \partial_x v_r = -\partial_r p / \rho + \left(\partial_r^2 v_r + \partial_x^2 v_r + \frac{\partial_r v_r}{r} - \frac{v_r}{r^2} \right) \mu / \rho, \quad (2.1)$$

$$\partial_t v_x + v_r \partial_r v_x + v_x \partial_x v_x = -\partial_x p / \rho + (\partial_r^2 v_x + \partial_x^2 v_x + \partial_r v_x / r) \mu / \rho. \quad (2.2)$$

А уравнение неразрывности:

$$\partial_r v_r + \partial_x v_x + v_r/r = 0. \quad (2.3)$$

Динамическое граничное условие на поверхности раздела $h(x,t)$ для нормальной составляющей тензора напряжений имеет вид [85]:

$$p - \frac{2\mu}{1+(\partial_x h)^2} (\partial_r v_r + \partial_x v_x (\partial_x h)^2 - (\partial_r v_x + \partial_x v_r) \partial_x h) = \sigma(1/R_1 + 1/R_2)|_{r=h}, \quad (2.4)$$

а для тангенциальной составляющей:

$$\frac{\mu}{1+(\partial_x h)^2} (2\partial_x h \partial_r v_r + (\partial_r v_x + \partial_x v_r)[1 - (\partial_x h)^2] - 2\partial_x v_x \partial_x h)|_{r=h} = 0. \quad (2.5)$$

Кинетическое граничное условие:

$$\partial_t h + v_x \partial_x h = v_r|_{r=h}. \quad (2.6)$$

Рассматривались возмущения поверхности струи с длиной волны, значительно превышающей её радиус. Применимость такого приближения объясняется тем, что струя устойчива по отношению к возмущениям, длина которых меньше величины $2\pi r_0$. Проводилось разложение соотношений (2.1) – (2.6) по малому параметру r . Учитывая осевую симметрию задачи и уравнение неразрывности, величины v_r , v_x и p принимают вид:

$$v_x(x, r) = v_0 + v_2 r^2 + v_4 r^4 + o(r^4), \quad (2.7)$$

$$v_r(x, t) = -\frac{1}{2} r \partial_x v_0 - \frac{1}{4} r^3 \partial_x v_2 + o(r^3), \quad (2.8)$$

$$p(x, r) = p_0 + p_2 r^2 + o(r^2), \quad (2.9)$$

где o – обозначение пренебрежимо малой величины. Задача рассматривалась во втором порядке разложения v_x по величине r . В этом случае система (2.1) – (2.6) сводится к двум уравнениям:

$$\partial_t v_0 + v_0 \partial_x v_0 = \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial_x (h^2 \partial_x v_0)}{h^2} - \frac{\sigma}{\rho} \partial_x \left(\frac{1}{h} - \partial_{xx} h \right), \quad (2.10)$$

$$\partial_t h + v_0 \partial_x h = -\frac{1}{2} h \partial_x v_0. \quad (2.11)$$

Для перехода к безразмерным переменным в качестве единицы длины выбирался радиус невозмущённой струи r_0 , времени - величина t_0 . Для обезразмеривания скорости использовалось отношение r_0/t_0 . В новых переменных, с использованием числа Онезорге Oh , описывающего влияние вязких сил на процесс капиллярного распада, гидродинамическая система уравнений (2.10) – (2.11) записывается в виде:

$$\partial_t u + u \partial_x u = \partial_{xxx} h + 3Oh \frac{\partial_x(h^2 \partial_x u)}{h^2} - \frac{\partial_x h}{h^2}, \quad (2.12)$$

$$\partial_t h + u \partial_x h = -\frac{1}{2} h \partial_x u. \quad (2.13)$$

Эти уравнения, полученные в работе [86], позволяют моделировать процессы капиллярного распада и автомодельного разрыва струй [84, 87, 88].

2.2 Эволюция возмущений малой амплитуды

Возмущение поверхности струи, инициирующее капиллярный распад, моделировалось соотношением:

$$h|_{t=0} = 1 + \varepsilon \cos(kx) - \varepsilon^2/4, \quad \partial_t h|_{t=0} = 0. \quad (2.14)$$

Величина члена, пропорционального квадрату ε , определяется условием сохранения объёма вещества струи. Считалось, что ε – малая величина.

Для исследования эволюции малого возмущения (2.16) использовался метод Ляпунова [89]. Решение задачи представлялось в виде степенного ряда:

$$\begin{aligned} h &= 1 + \varepsilon h_1 + \varepsilon^2 h_2 + \dots \\ u &= \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \end{aligned} \quad (2.15)$$

В первом порядке разложения по ε гидродинамическая система уравнений (2.12) – (2.13) записывается в виде:

$$\partial_t u_1 = \partial_{xxx} h_1 + \partial_x h_1 + 3Oh \partial_{xx} u_1, \quad (2.16)$$

$$\partial_t h_1 = -\frac{1}{2} \partial_x u_1. \quad (2.17)$$

Начальное условие:

$$h_1|_{t=0} = \cos(kx), \quad (2.18)$$

$$\partial_t h_1|_{t=0} = 0. \quad (2.19)$$

Второе приближение:

$$\partial_t u_2 = (\partial_{xxx} h_2 + \partial_x h_2 + 3 Oh \partial_{xx} u_2) + \left[\frac{6}{Oh} \partial_x u_1 \partial_x h_1 - \partial_x \left(h_1^2 + \frac{1}{2} u_1^2 \right) \right], \quad (2.20)$$

$$\partial_t h_2 = \left(-\frac{1}{2} \partial_x u_2 \right) + \left[-u_1 \partial_x h_1 - \frac{1}{2} h_1 \partial_x u_1 \right]. \quad (2.21)$$

Начальное условие:

$$h_2|_{t=0} = -1/4, \quad (2.22)$$

$$\partial_t h_2|_{t=0} = 0. \quad (2.23)$$

Третье приближение:

$$\partial_t u_3 = \partial_{xxx} h_3 + \partial_x h_3 + 3 Oh \partial_{xx} u_3 + U_3, \quad (2.24)$$

$$\partial_t h_3 = -\frac{1}{2} \partial_x u_3 - H_3, \quad (2.25)$$

где U_3 и H_3 равны:

$$U_3 = 6 Oh \left(\partial_x u_1 \partial_x h_2 + \partial_x u_2 \partial_x h_1 + \frac{1}{2} (h_2 \partial_{xx} u_1 + h_1 \partial_{xx} u_2) \right) - \partial_x (u_1 u_2 + h_1 h_2 + h_1^2/2). \quad (2.26)$$

$$H_3 = \frac{1}{2} (h_2 \partial_x u_1 + h_1 \partial_x u_2) + u_1 \partial_x h_2 + u_2 \partial_x h_1$$

Начальное условие для третьего порядка разложения:

$$h_3|_{t=0} = 0, \quad (2.27)$$

$$\partial_t h_3|_{t=0} = 0. \quad (2.28)$$

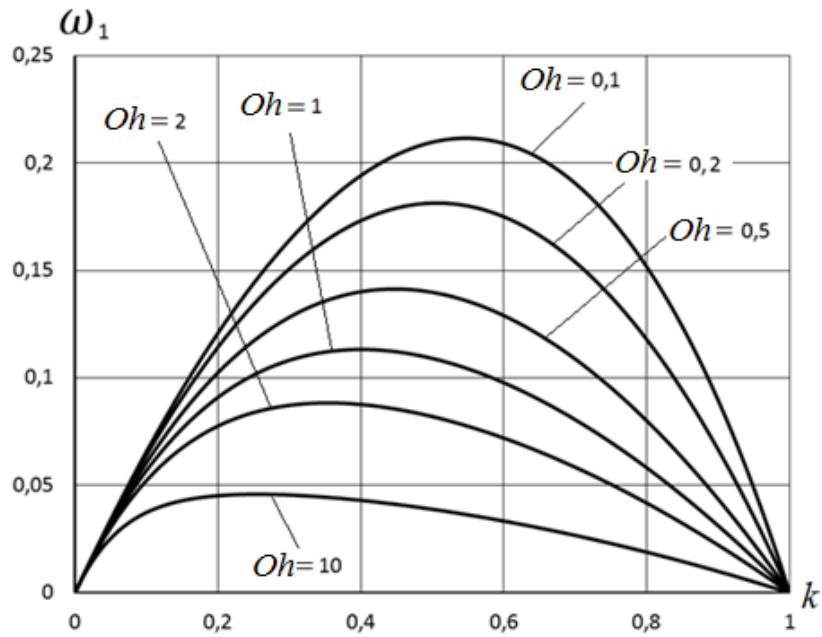


Рисунок 2.2. Зависимость фактора роста ω_1 от безразмерного волнового числа для различных чисел Онезорге.

Совпадение структуры дифференциального оператора для уравнений в разных порядках разложения обусловлено использованием метода Ляпунова. Фундаментальное решение для этого дифференциального оператора представляется в виде:

$$h_1 = \varepsilon \cos(kx) \cdot \exp(\omega t). \quad (2.29)$$

Подстановка этого соотношения в систему (16) – (17) даёт:

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{1}{2} k^2 (1 - k^2) + \frac{9}{4} Oh k^4 - \frac{3}{2} \sqrt{Oh} k^2}. \quad (2.30)$$

Условимся обозначать положительное значение фактора роста ω символом ω_1 (график изображён на рис. 2.2), отрицательное – ω_2 .

2.3 Закономерности развития возмущений конечной амплитуды

Решение краевой задачи (2.15) – (2.23) имеет вид суперпозиции фундаментальных решений (2.29). В первом порядке разложения изменение формы струи описывалось зависимостью:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \cos(kx) \cdot (\omega_2 \exp(\omega_1 t) - \omega_1 \exp(\omega_2 t)) \\ u_1 &= \frac{1}{k(\omega_1 - \omega_2)} \sin(kx) \cdot (\exp(\omega_1 t) + \exp(\omega_2 t)) \end{aligned} \quad (2.31)$$

во втором порядке:

$$\begin{aligned} h_2 &= \cos(2kx) \cdot (f(t) + c_{h4} \exp(\omega_3 t) + c_{h5} \exp(\omega_4 t)) - \left(\frac{h_1}{2 \cos(kx)} \right)^2, \\ u_2 &= \sin(2kx) \cdot (w(t) + c_{u4} \exp(\omega_3 t) + c_{u5} \exp(\omega_4 t)) \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $\omega_3 = \omega_1(2k)$, $\omega_4 = \omega_2(2k)$, c_{h4} , c_{h5} , c_{u4} , c_{u5} – некоторые константы, а функции $f(t)$ и $w(t)$ равны:

$$\begin{aligned} f(t) &= c_{f1} \exp(2\omega_1 t) + c_{f2} \exp(2\omega_2 t) + c_{f3} \exp((\omega_1 + \omega_2)t) \\ w(t) &= c_{w1} \exp(2\omega_1 t) + c_{w2} \exp(2\omega_2 t) + c_{w3} \exp((\omega_1 + \omega_2)t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

где c_{f1} , c_{f2} , c_{f3} , c_{w1} , c_{w2} , c_{w3} – некоторые константы.

Таблица 2.1. Коэффициенты Фурье – разложения.

i	Ω_i	α_i	ξ_i
1	$2\omega_1$	$k\alpha_0^2 - \frac{1}{2}k\gamma_0^2 - 3Oh k^2 \alpha_0 \gamma_0$	$\frac{3k}{4} \alpha_0 \gamma_0$
2	$2\omega_2$	$k\beta_0^2 - \frac{1}{2}k\delta_0^2 - 3Oh k^2 \beta_0 \delta_0$	$\frac{3k}{4} \beta_0 \delta_0$
3	$\omega_1 + \omega_2$	$2k\alpha_0 \beta_0 - k\gamma_0 \delta_0 - 3Oh k^2 (\gamma_0 \beta_0 + \delta_0 \alpha_0)$	$\frac{3k}{4} (\gamma_0 \beta_0 + \delta_0 \alpha_0)$

Для решения уравнения (2.32) свободные члены представлялись в виде ряда Фурье:

$$\begin{aligned} f \frac{6}{Oh} \partial_x u_1 \partial_x h_1 - \frac{1}{2} \partial_x (u_1^2) - \partial_x (h_1^2) &= \sum \alpha_i \exp(\Omega_i t) \sin(2kx) \\ - \left(u_1 \partial_x h_1 + \frac{1}{2} h_1 \partial_x u_1 \right) &= \sum \xi_i \exp(\Omega_i t) \cos(2kx) \end{aligned} \quad (2.34)$$

где $i=1..3$. Значения коэффициентов Ω_i , α_i и ξ_i , вычисленные подстановкой (2.31) в (2.20) - (2.21), приведены в Таблице 2.1. Для компактности записи вводятся обозначения:

$$\alpha_0 = \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}, \beta_0 = -\frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}, \gamma_0 = -\frac{1}{k(\omega_1 - \omega_2)}, \delta_0 = \frac{1}{k(\omega_1 - \omega_2)}. \quad (2.35)$$

В результате система дифференциальных уравнений (2.20) – (2.21) сводится к линейной системе уравнений:

$$\begin{aligned} \Omega_i c_{wi} &= (2k)^3 c_{fi} - (2k) c_{fi} - 3 Oh (2k) c_{wi} + \alpha_i \\ \Omega_i c_{fi} &= -\frac{1}{2} (2k) c_{wi} + \xi_i \end{aligned} \quad (2.36)$$

Решение этой системы позволяет рассчитать функции $f(t)$ и $w(t)$. А значения коэффициентов c_{h4} и c_{h5} рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} c_{h4} &= (\partial_t f(0) - \omega_4 f(0)) / (\omega_4 - \omega_3) \\ c_{h5} &= (f(0) \omega_3 - \partial_t f(0)) / (\omega_4 - \omega_3) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Соотношения (2.31) – (2.32) позволяют предсказывать образование сателлитов и исследовать динамику этого процесса. Однако с их помощью невозможно, с достаточной для практики точностью, рассчитывать размер сателлитных капель: тестовые расчёты показали, что ошибка достигает нескольких десятков процентов.

2.4 Моделирование образования сателлитных капель

Физически возникновение сателлитных капель объясняется нелинейностью процесса распространения капиллярных волн. При развитии моды с

пространственной частотой k и фактором роста $\omega_1(k)$, индуцируется волна с удвоенным волновым числом $2k$. В результате их интерференции образуется зародыш сателлитной капли.

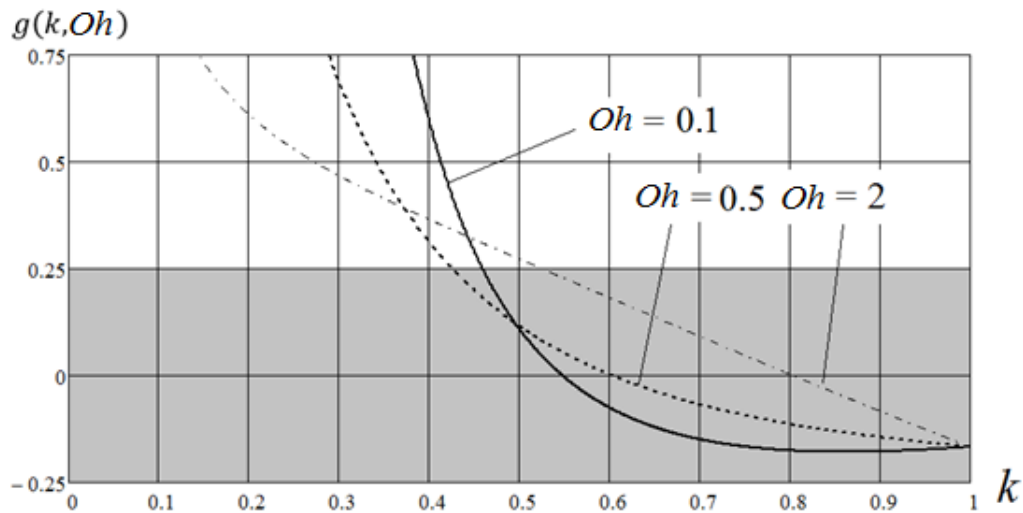


Рисунок 2.3. Зависимость $g(k)$, рассчитанная для разных значений Oh . Закрашенная область соответствует безсателлитному распаду.

Моделирование процесса образования сателлитов проводилось с помощью метода асимптотической стабилизации решения по начальным данным [90]. Рассматривался дифференциальный оператор, описывающий эволюцию системы и задаваемый соотношениями (2.16), (2.17), (2.20), (2.21). В случае когда амплитуда начального возмущения ε достаточно мала, возможно учитывать только составляющую решения с положительным фактором роста ω . Полученное решение не удовлетворяет начальным условиям (2.19) и (2.23). Однако, из-за свойств дифференциального оператора, его траектория асимптотически приближается к траектории решения исходной краевой задачи.

Вводилось обозначение $f = \varepsilon \exp(\omega_1 t)$. Эволюция малого начального возмущения описывалось соотношениями:

$$h = 1 + f \cos(kx) + f^2 \cos(2kx) g(k, Oh) - \frac{1}{4} f^2 (1 + f^2 g(k, Oh)^2), \quad (2.38)$$

$$u = -\frac{2\omega_1}{k} f \sin(kx) + f^2 \sin(2kx) j(k, Oh), \quad (2.39)$$

где g, j - некоторые неизвестные функции. Их физический смысл - мера интенсивности передачи энергии от волны с пространственной частотой k волне с частотой $2k$.

Расчёт зависимостей $g(k, Oh)$ и $j(k, Oh)$ производился методом решения самосогласованной задачи (2.20), (2.21), (2.38), (2.39). Подстановка соотношений (2.38), (2.39) в (2.20), (2.21) даёт:

$$\begin{cases} (2\omega_1)j = (2k)^3 g - (2k)g - \frac{3}{Oh}(2k)^2 j + (2k) \left(\frac{3}{Oh}(2\omega_1) - \frac{(2\omega_1)^2}{2k_1^2} + 1 \right) \\ (2\omega_1)g = -\frac{1}{2}(2k)j + \frac{3}{4}(2\omega_1) \end{cases}. \quad (2.40)$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} g &= \frac{1 - \frac{5\omega_1^2}{k^2} - 12 Oh \omega_1}{2(1 - 4k^2 - \frac{2\omega_1^2}{k^2} - 12 Oh \omega_1)}, \\ j &= \frac{\omega_1}{k} \left(\frac{3}{2} - 2g \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Сравнение результатов расчёта формы струи по формуле (2.38) с решением задачи развития волн конечной амплитуды показывает, что метод асимптотической стабилизации решения применим для моделирования капиллярного распада в случае когда $\varepsilon < 0,15$.

Функция $g(k, Oh)$ описывает динамику образования сателлитов. Анализ экстремумов зависимости (2.38) показывает, что сателлиты образуются в случае:

$$g(k, Oh) > 1/4. \quad (2.42)$$

На рис. 3 изображены зависимости $g(k)$, рассчитанные для разных чисел Онезорге. Видно, что сателлиты образуются в случае длинноволновых возмущений. На рис. 2.4 приведена зависимость граничного значения волнового числа,

рассчитанная по формуле (2.42), от числа Онезорге. Видно, что наиболее благоприятная область для безсателлитного распада струи – $Oh \in [2; 5]$.

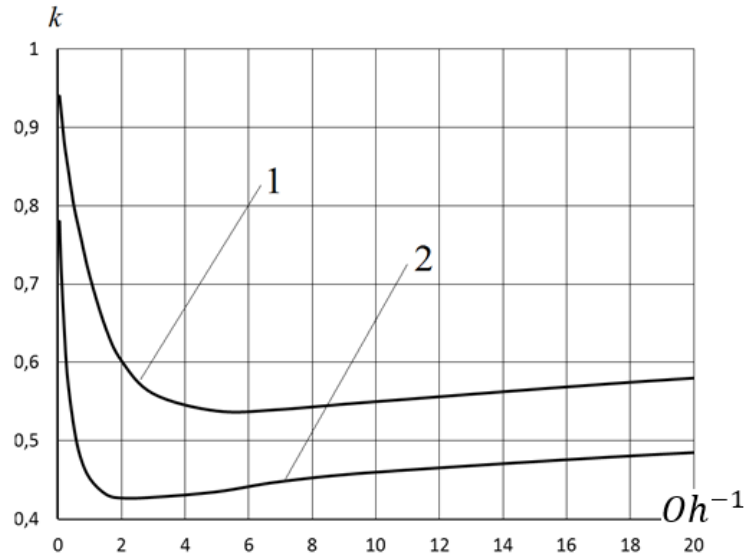


Рисунок 2.4. По оси абсцисс отложено обратное число Онезорге, по оси ординат – безразмерное волновое число. Цифрами обозначены: 1 – зависимость $g(k) = 0$; 2 – зависимость $g(k) = 0,25$. Область над кривой 2 соответствует безсателлитному распаду струи.

2.5 Влияние высших порядков разложения на решение задачи эволюции возмущения поверхности струи

Результаты предыдущего раздела получены в приближении второго порядка асимптотического разложения гидродинамических уравнений по величине начального возмущения ε . Исследовалось влияние высших порядков разложения на решение задачи эволюции возмущения поверхности струи. По аналогии с системой уравнений (2.24) – (2.25), уравнения для расчёта i – того порядка разложения записываются в виде:

$$\begin{aligned} \partial_t u_i &= \partial_{xxx} h_i + \partial_x h_i + 3 Oh \partial_{xx} u_i + U_i \\ \partial_t h_i + \frac{1}{2} \partial_x u_i + H_i &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (2.43)$$

где U_i и H_i – свободные члены дифференциальных уравнений, зависящие от предыдущих порядков разложения. Решение в i – том порядке разложения представляется в виде ряда Фурье:

$$\begin{aligned} h_i &= \sum g_{ij} \cos(K_{ij}x) \exp(\Theta_{ij}t) \\ u_i &= \sum j_{ij} \sin(K_{ij}x) \exp(\Theta_{ij}t) \end{aligned} \quad (2.44)$$

где Θ_{ij} и K_{ij} – фактор роста и волновое число j – той моды i – того порядка разложения. Считается, что функции U_i и H_i представлены в виде фурье – разложения:

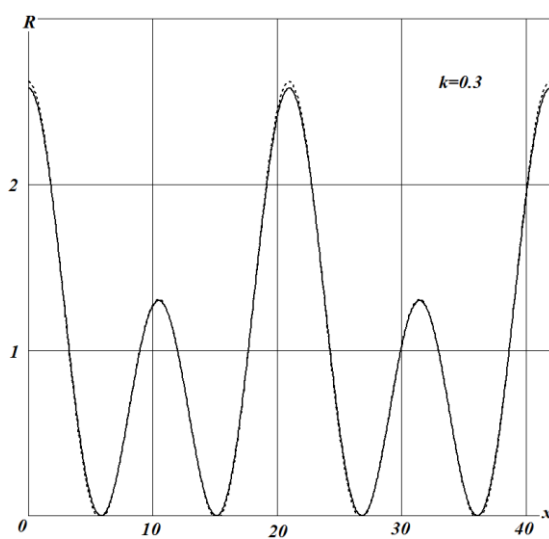
$$\begin{aligned} H_i &= \sum \alpha_{ij} \cos(K_{ij}x) \exp(\Theta_{ij}t) \\ U_i &= \sum \beta_{ij} \sin(K_{ij}x) \exp(\Theta_{ij}t) \end{aligned} \quad (2.45)$$

где α_{ij} и β_{ij} – коэффициенты фурье-разложения.

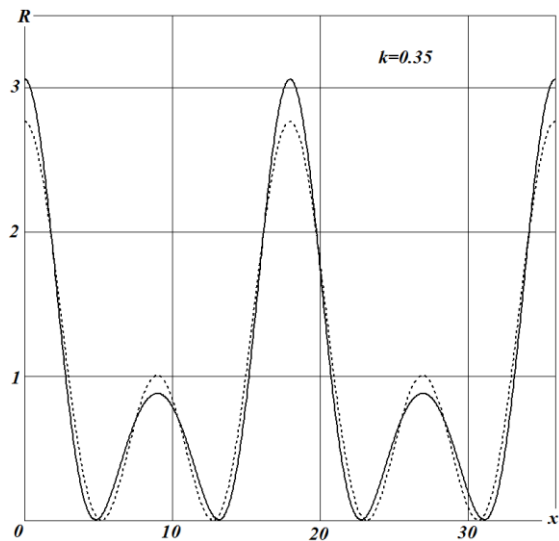
Подстановкой соотношений (2.45) и (2.46) в систему (2.43) получается:

$$\begin{aligned} \Omega_i j_{ji} &= K_i^3 g_{ji} - K_i g_{ji} - 3 Oh K_i^2 f_i + \alpha_{ji} \\ \Omega_i g_{ji} &= -\frac{1}{2} K_i j_{ji} + \beta_{ji} \end{aligned} \quad (2.46)$$

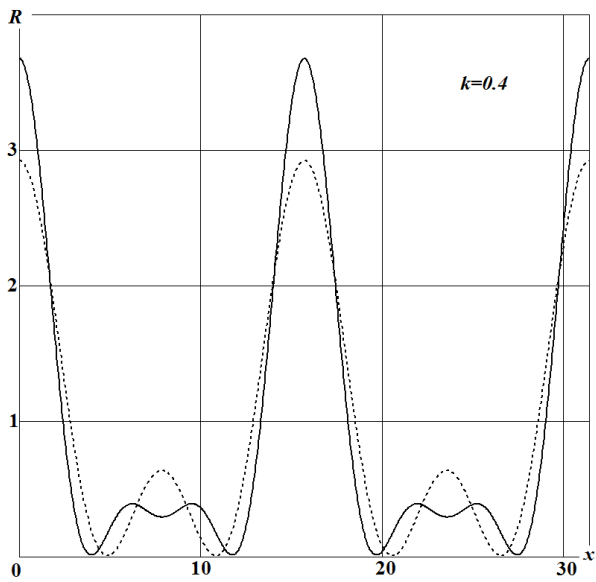
$$\Theta_{33} = 2\omega_1, K_{33} = 3k, \beta_{33} = 1+2f+5g/2, \alpha_{33} = 3\omega_1 k Oh(3j - g) - 2\omega_1^2 f/k.$$



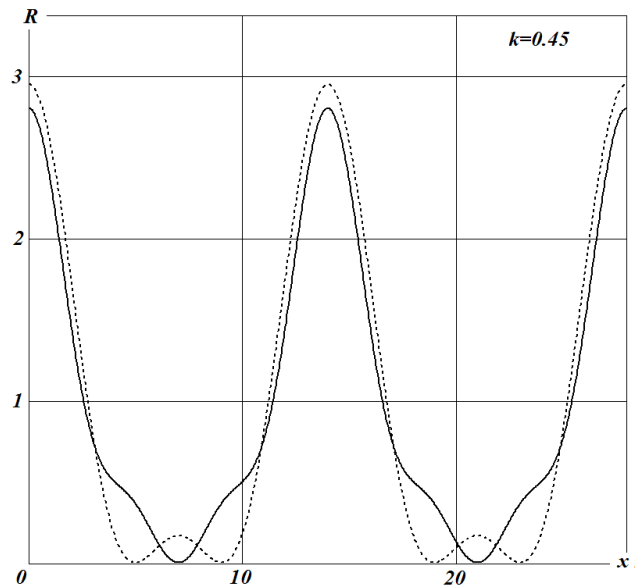
а) $k=0.3$



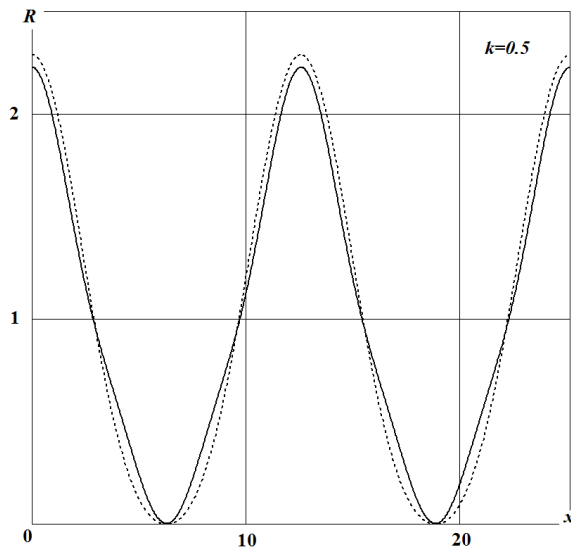
б) $k=0.35$



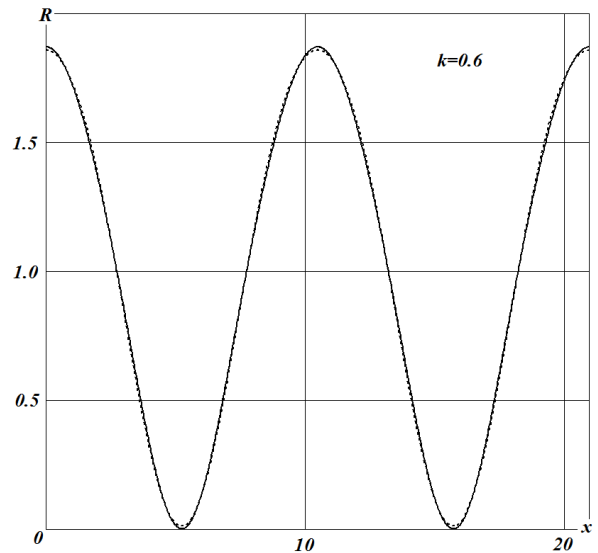
в) $k=0.4$



г) $k=0.45$



д) $k=0.5$



е) $k=0.6$

Рисунок 5. Зависимость формы струи в момент распада от волнового числа при $Oh=0,1$. Штриховой линией изображено решение, полученное в приближении второго порядка асимптотического разложения, сплошной линией – в третьем порядке.

Решение линейной системы уравнений (2.46):

$$g_{ji} = \frac{\frac{2\beta_{ji}\Omega_i}{K_i} + 6 Oh K_i \beta_{ji} - \alpha_{ji}}{K_i^3 - K_i + \frac{2\Omega_i^2}{K_i} + 6 Oh k_i \Omega_i} . \quad (2.47)$$

$$j_{ji} = \frac{2}{K_i} (\beta_i - \Omega_i g_{ji})$$

Последнее выражение для расчёта величины g_{ij} рассматривалось как сжимающее отображение. Для оценки величины сжатия исследовалась величина: $g_n = \sum_i |g_{ni}|$. Из соотношения (2.47) следует:

$$g_{n+1} \sim \frac{O(1)}{n^2} \frac{\Omega}{K^2 Oh} g_n. \quad (2.48)$$

Тогда: $g_2 \sim 0,05g_1/k^2 Oh$, а $g_3 \sim 0,001g_1/k^3 Oh^2$. Таким образом, при $Oh \sim 1$, пренебрежимо малой величиной оказывается уже третий член ряда. Этот вывод проверялся методом расчёта третьего приближения решения и сравнением формы распадающихся струй, рассчитываемой во втором и третьем приближениях. При этом интенсивность волны с пространственной частотой $3k$ определялась соотношениями:

На рис. 2.5 изображена зависимость формы струи в момент распада от волнового числа. Расчёт формы струи производился за пределами границ применимости асимптотического разложения потому, что в момент распада вклад третьего приближения в решение максимален. Число Онезорге при расчётах равнялось $Oh=0,1$. Штриховой линией на графиках изображено решение, полученное во втором порядке асимптотического разложения, а сплошной линией – в третьем порядке. Из рисунка видно, что высшие порядки разложения слабо влияют на решение задачи. Заметное влияние третий порядок оказывает лишь при значениях параметров k и Oh , близким к границе сателлитообразования (на рис. 2.5 при $k \sim 0,45$). При этом учёт третьего порядка разложения лишь немного сдвигает границу области безсателлитного распада струй.

2.6 Влияние автомодельности процесса разрыва струи на образование сателлитных капель

Образование капель при распаде струи происходит в два этапа. Вначале экспоненциально растёт начальное возмущение и образуются зародыши капель. Рост зародышей замедляется, когда в них сосредотачивается большая часть вещества струи. Во время второго этапа происходит автомодельный разрыв тонких жидких перетяжек, связывающих зародыши. Первый этап называется процессом капиллярного распада, второй - разрывом струи. Система уравнений (2.12)-(2.13) позволяет моделировать оба этих процесса.

Общий вид автомодельной зависимости, описывающей разрыв струи, может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned} h &= \bar{t}^{\zeta_1} \phi(q) \\ u &= \bar{t}^{\zeta_2} \psi(q) \end{aligned} \quad (2.50)$$

где ζ_1, ζ_2 - некоторые константы, определяемые путём анализа баланса сил вязкости, поверхностного натяжения и инерции, а ϕ и ψ - некоторые автомодельные функции. Подстановка этих выражений в систему Стокса даёт:

$$\begin{aligned} -(\alpha_2 \psi - \beta \zeta \dot{\psi}) \bar{t}^{\zeta_2-1} + \psi \dot{\psi} \bar{t}^{2\zeta_2-1} &= \frac{\dot{\phi}}{\phi^2} \bar{t}^{-\zeta_1-b} + 3 \frac{(\dot{\psi} \phi^2)}{\phi^2} \bar{t}^{\zeta_2-2b} + \ddot{\phi} \bar{t}^{\zeta_1-3b} \\ -(\alpha_1 \phi - \beta \zeta \dot{\phi}) \bar{t}^{\zeta_1-1} + \psi \dot{\phi} \bar{t}^{\zeta_1+\zeta_2-1} &= -\frac{1}{2} \dot{\psi} \phi \bar{t}^{\zeta_2-b} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Существует несколько режимов автомодельного распада струи [4]. При этом, по мере утончения струи, возможна смена реализующейся автомодельной закономерности. Следует отметить, что разрыв капиллярного перешейка невозможно объяснить в рамках модели гидродинамической системы уравнений Стокса. Исследования динамики поверхности струи показывают, что разрыв происходит в случае, когда толщина струи соизмерима с величиной термодинамических флуктуаций, и описывается с помощью молекулярно-кинетической теории.

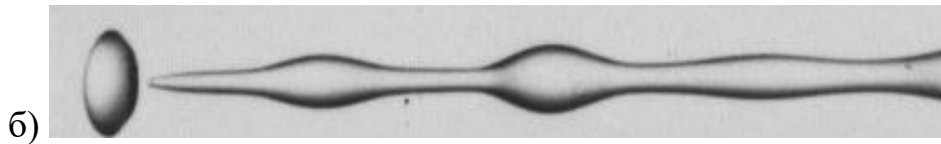
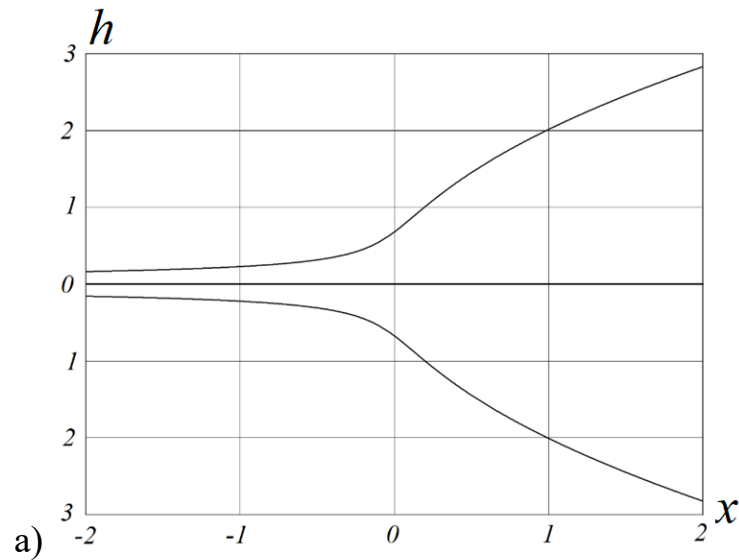


Рисунок 2.6. Характерный автомодельный профиль струи при малых $Oh < 0,2$: а) аналитически рассчитанная зависимость; б) фотография эксперимента с водой.

Анализ членов уравнения (2.51) показывает, что при $Oh < 0,2$, пренебрежимо малыми оказываются силы вязкого трения [87]. Автомодельное решение представляется в виде волны Римана: $h = h(x+Vt)$, где V - скорость волны Римана. Подстановка этих соотношений в систему (2.12) - (2.13) даёт:

$$\begin{aligned} V\dot{u} + u\ddot{u} + \dot{h}/h^2 &= \ddot{h} \\ V\dot{h} + u\dot{h} + h\dot{u}/2 &= 0' \end{aligned} \quad (2.52)$$

где символ точки означает дифференцирование. Эта система уравнений интегрируется аналитически и имеет решение:

$$C_1/h^2 + C_2\zeta + C_3 = C_4h^2 + h \ln(h), \quad (2.53)$$

где $C_1..C_4$ – некоторые константы. Решение (53) структурно устойчиво по отношению к изменению значений констант. Характерный вид зависимости $h(x)$, полученный решением уравнения (2.53), а также результаты экспериментов по распаду струй воды

с $Oh \ll 1$, приведены на рис. 2.6. Видно, что теоретические полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями.

Для моделирования автомодельного процесса разрыва вязкой струи в случае $Oh \sim 1$, исследовался баланс членов безразмерного динамического уравнения (2.12) в момент выхода асимптотического разложения (2.38) - (2.39) на границу применимости:

$$\underbrace{\partial_t u + u \partial_x u}_{\text{инерция}} = \underbrace{\partial_{xxx} h - \frac{\partial_x h}{h^2}}_{\text{натяжение}} + \underbrace{3Oh \left(\partial_{xx} u + \frac{2}{h} \partial_x h \partial_x u \right)}_{\text{вязкость}}.$$

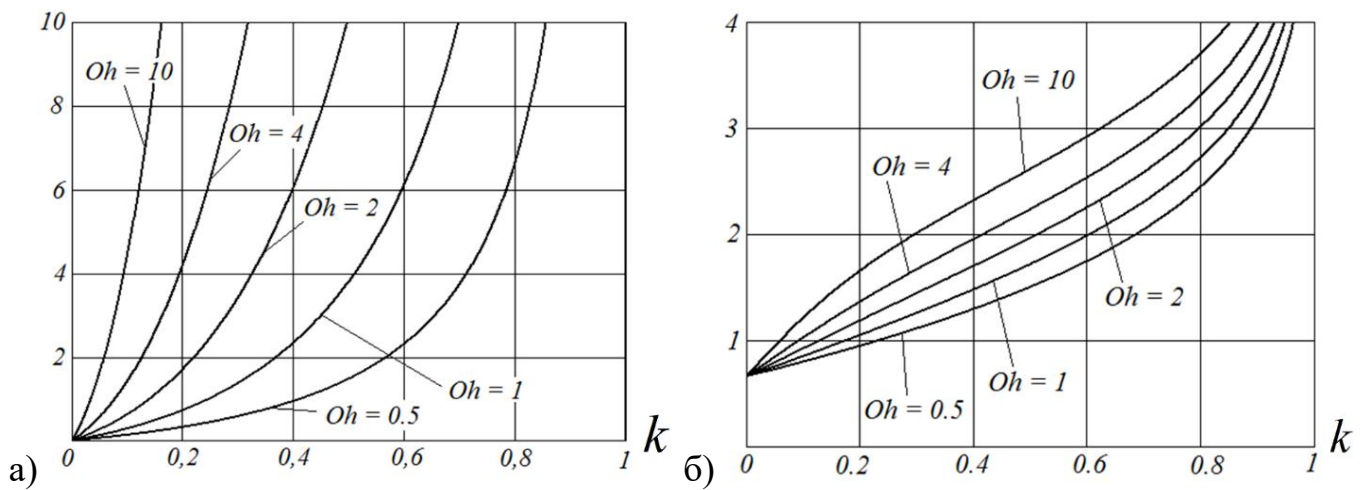


Рисунок 7. а) Зависимость отношения вязкого члена уравнения (2.54) к инерционному от k для разных Oh при $f = 0,4$. б) Зависимость десятичного логарифма отношения сил поверхностного натяжения уравнения (2.52) к инерционному от k для разных Oh при $f = 0,4$.

Для оценки членов уравнения использовалось первое приближение решения (2.31). Баланс членов в точке с наименьшей толщиной струи $x = \pi k$:

$$\underbrace{-2 \frac{\omega^2}{k^2} (1+f)}_{\text{инерция}} = \underbrace{k^2 + (1-f)^{-2}}_{\text{натяжение}} + \underbrace{6\omega Oh \left(1 - \frac{f}{1-f} \right)}_{\text{вязкость}}. \quad (2.54)$$

В этом соотношении три определяющих параметра: f , k и Oh . На рис. 2.7 изображены зависимости относительной величины членов уравнения (2.52) от k для разных чисел Онезорге в случае когда $f = 0,4$. Видно, что определяющими являются вязкость и поверхностное натяжение, а инерция пренебрежимо мала.

При выводе автомодельного уравнения утончения вязкой струи считалась пренебрежимо малой величина инерционного члена уравнения (2.12). Кроме того, член $\partial_{xx}h$ считался пренебрежимо малым по сравнению с величиной $1/h$ [84, 87]. В этом случае уравнение (2.12) записывается в виде

$$\partial_x \left(\frac{1}{h} \right) = \frac{30h}{h^2} \partial_x (h^2 \partial_x u). \quad (2.55)$$

Получившаяся система уравнений (2.13), (2.55) имеет единственное решение, симметричное относительно точки разрыва [87]. Во втором порядке разложения по автомодельной переменной оно представляется в виде:

$$h_s = C_I (t^* - t) \left(C_0 + \frac{(x^* - x)^2}{(t^* - t)^{4+2b}} \right), \quad (2.56)$$

$$u_s = C_{II} \frac{x^* - x}{(t^* - t)^{2+b}}, \quad (2.57)$$

где C_0 , C_I , C_{II} – некоторые константы, а $b \approx 0,17$ – универсальная константа автомодельного вязкого решения.

На рис. 2.8 изображена форма распадающейся струи жидкости в момент трансформации асимптотического решения (2.38) в автомодельное (2.56), происходящее в области перешейка, соединяющего зародыши основной и сателлитной капли.

Рассматривался процесс трансформации асимптотического решения (2.38) в автомодельное (2.56) в области перешейка, соединяющего зародыши основной и сателлитной капли. Считалось, что координата точки разрыва равна: $x^* = a \cos(-1/4gf)/k$. В окрестности проводилось разложение в степенной ряд зависимостей (2.38) и (2.56):

$$h = a_{1i} + a_{2i}(x - x^*)^2 + o(x^2), \quad (2.58)$$

где $i = 1..2$, a_{11} и a_{21} – коэффициенты разложения в ряд Тейлора зависимости (2.38), a_{12} и a_{22} – коэффициенты разложения в ряд Тейлора зависимости (2.56).

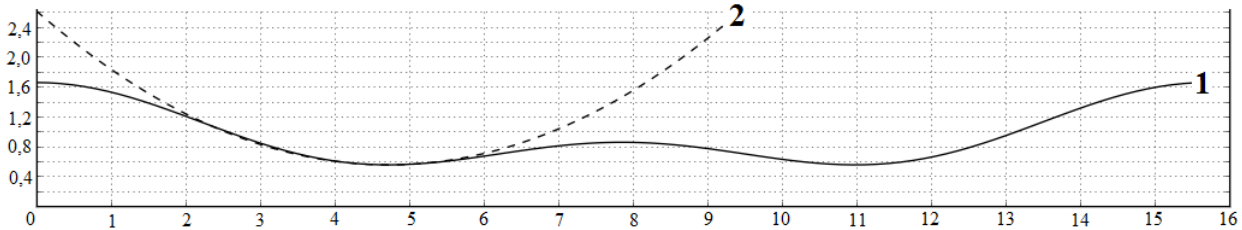


Рисунок 8. Форма распадающейся струи жидкости в момент трансформации асимптотического решения (2.38) (обозначено - 1) в автомодельное (2.56) (обозначено - 2). $g = 2$, $f = 0,4$, $k = 0,4$.

Использовалось следующее условие сшивки зависимостей: $a_{11} = a_{12}$; $a_{21} = a_{22}$; $da_{21}/dt = da_{22}/dt$. В этом случае система уравнений для расчёта величин f , C_I и $(t - t^*)$ в момент сшивки имеет следующий вид и решается аналитически:

$$\begin{aligned} r_0 \left(1 - \frac{1}{8g} - \left(\frac{fg}{2} \right)^2 - \frac{f^2}{4} (4g + 1) \right) &= \frac{\sigma(t-t^*)}{12\mu(1+b)} \\ \frac{k^2}{8gr_0} ((4gf)^2 - 1) &= \frac{1}{C_I} \left(\frac{\mu C_I}{\sigma(t-t^*)} \right)^{2b-1} \\ \frac{4gf^2 k^2 \omega_1}{r_0 t_0} &= (1 - 2b) \frac{1}{C_I (t-t^*)} \left(\frac{\mu C_I}{\sigma} \right)^{2b-1} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Автомодельное решение (2.56) – (2.57) симметрично относительно точки разрыва струи. При расчёте размера основных и сателлитных капель использовалось предположение о том, что после момента сшивки, определяемого из решением системы (2.59), жидкость не перемещается из зародыша сателлита в основную каплю. Для проверки этого предположения исследовалась устойчивость автомодельного решения (2.56) – (2.57). Считалось, что возмущённое решение автомодельного

разрыва струи представляется в виде: $u = u_s + \delta u_s$ и $h = h_s + \delta h_s$. Для анализа устойчивости динамическое уравнение (2.55) интегрировалось и приводилось к виду:

$$30h \partial_z u = C(t)/h^2 - 1/h, \quad (2.60)$$

где $C(t)$ – некоторая функция, зависящая от времени.

С учётом соотношения (2.60), линейное приближение уравнений (2.13) и (2.55) для определения δu_s и δh_s записывается в виде:

$$\begin{aligned} 0h \partial_z(\delta u_s) &= \frac{1}{h_s^2} \left(1 - \frac{2C(t)}{h_s}\right) \delta h_s \\ \partial_t \delta h_s &= -u_s \partial_z(\delta h_s) - \partial_z(h_s) \delta u_s - \frac{1}{2} (\delta h_s \partial_z(u_s) + h_0 \partial_z(\delta u_s)) \end{aligned} \quad (2.61)$$

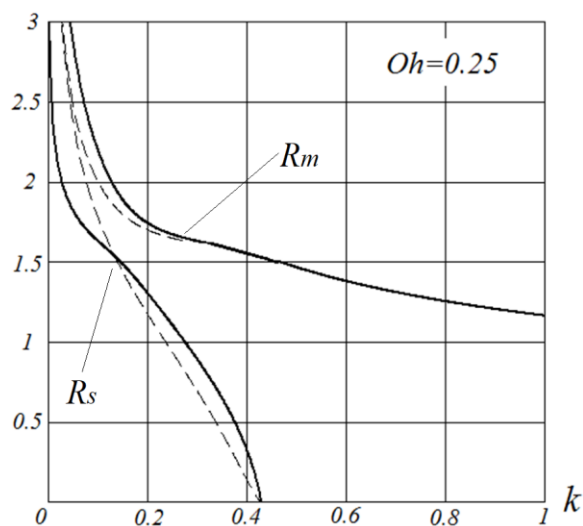
Считалось, что возмущение δu_s и δh_s растёт со скоростью $\exp(ikx - \theta t)$. Анализ дисперсионного соотношения проводился для граничных случаев: характерны размер возмущения $\lambda \ll C_I$ и $\lambda \gg C_I$. В случае коротковолновых возмущений размерное дисперсионное соотношение имеет вид:

$$\theta = 5\sigma / 6\mu C_I. \quad (2.62)$$

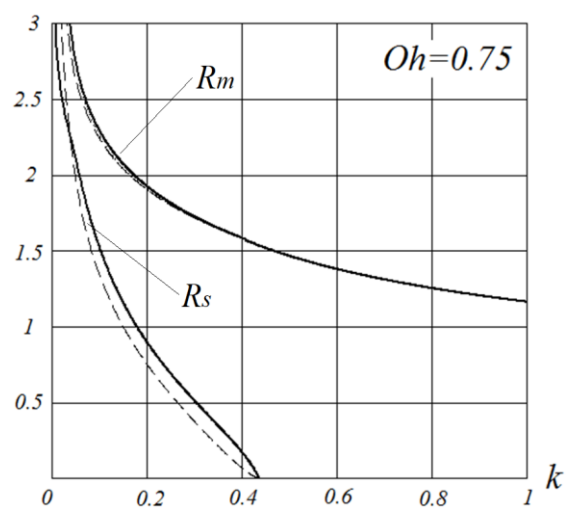
В случае длинноволновых возмущений:

$$\theta = \frac{\sigma}{2\mu C_I} \left(1 - ix \frac{8}{k C_I} \left(\frac{\mu C_I}{\sigma \Delta t}\right)^{2b-1}\right). \quad (2.63)$$

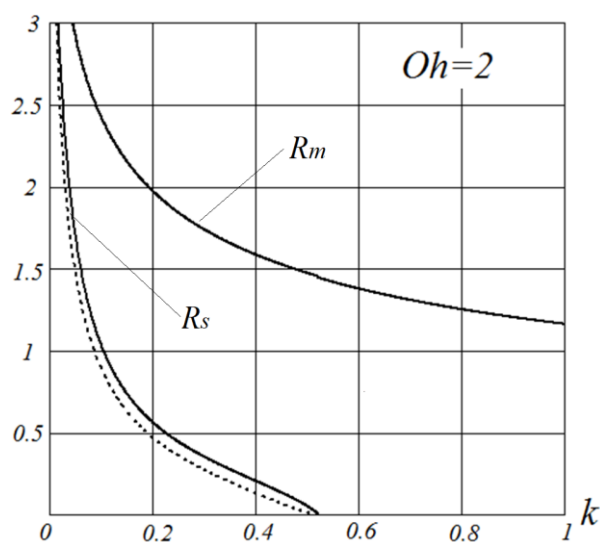
Из соотношений (2.62) – (2.63) следует, что коротковолновые возмущения автомодельного решения быстро затухают и не влияют на размеры основных и сателлитных капель. В соотношении (2.63) для длинноволновых возмущений действительная часть фактора роста возмущений θ описывает скорость затухания длинноволновых возмущений, а комплексная – скорость перекачки жидкости через перетяжку. Поскольку характерный масштаб автомодельного решения C_I значительно превышает толщину перешейка h_s , скорость перекачки вещества через перетяжку оказывается пренебрежимо малой.



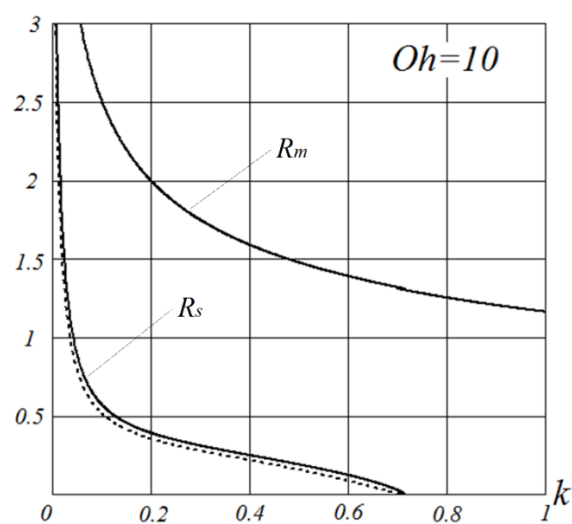
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.9. Зависимость радиуса основных R_m и сателлитных R_s капель от безразмерного волнового числа возмущения для различных значений числа Онезорге. Сплошной линией изображены зависимости, рассчитанные методом сшивки асимптотического решения (2.38) и автомодельного решения (2.56), пунктиром – рассчитанные на основе асимптотического решения (2.38).

На рис. 2.9 приведены результаты расчёта зависимости радиуса основных R_m и сателлитных R_s капель от безразмерного волнового числа возмущения для различных

значений числа Онезорге. Сплошной линией изображены зависимости, рассчитанные методом сшивки асимптотического решения (2.38) и автомодельного решения (2.56), пунктиром – рассчитанные на основе асимптотического решения (2.38).

Расстояние между центрами основных капель составляет $l_{\text{осн}} = 2\pi r_0/k$, а между центрами основных и сателлитных капель – $l_{\text{сат}} = \pi r_0/k$. Из рисунка видно, что при малых значениях числа Онезорге ($Oh \sim 0,2$), зависимости $R_m(k)$ и $R_s(k)$ пересекаются. Однако при увеличении Oh зависимости $R_m(k)$ и $R_s(k)$ перестают накладываться друг на друга в области малых значений волнового числа. Из рисунка видно, что в области значений числа Онезоге $Oh \in [0,2; 2]$, образование сателлитных капель наименее вероятно. В случае когда $Oh > 2$, вероятность образования сателлитов быстро растёт с увеличением значения Oh . При $Oh > 10$ практически невозможно реализовать безсателлитный капиллярный распад струи.

Зависимости, представленные на рис. 9, отличаются от результатов, полученных в экспериментальных и теоретических работах по моделированию процесса капиллярного распада маловязких струи [77]. В случае $Oh < 0,2$, сателлитные капли образуются при значении волнового числа $k < 0,8$. Зависимости размеров основных и сателлитных капель от волнового числа, рассчитанные для вязкого случая $Oh \in [0,2; 5]$, показывают, что в случае когда $k > 0,5$, сателлиты не образуются.

2.7 Экспериментальное измерение размеров капель

Проводилось экспериментальное измерение зависимости размеров основных и сателлитных капель от безразмерного волнового числа. Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 2.10. Рабочее тело из термостатированной емкости НЕ подавалось с помощью перекачивающего насоса Н на генератор капельного потока ГК и истекало из него через систему капиллярных отверстий фильеры в виде струй, распадающихся на капли. Дисперсный поток собирался в сборную емкость СЕ. Инициирование капиллярного распада

производилось с помощью пьезоэлемента П, расположенного в генераторе капель, питаемого с помощью генератора электрических сигналов ЭГ. Распадающиеся струи освещались с помощью источника рассеянного света ИРС и снимались скоростной видеокамерой ВК. Геометрические размеры струй и капель измерялись оптическим методом; вблизи них располагался мерный цилиндр МЦ эталонных размеров. Систематическая погрешность определения геометрических размеров исследуемых объектов составляла порядка 0,005 мм. Эксперименты проводились в атмосфере и в вакуумной камере при остаточном давлении ~ 10 Па.

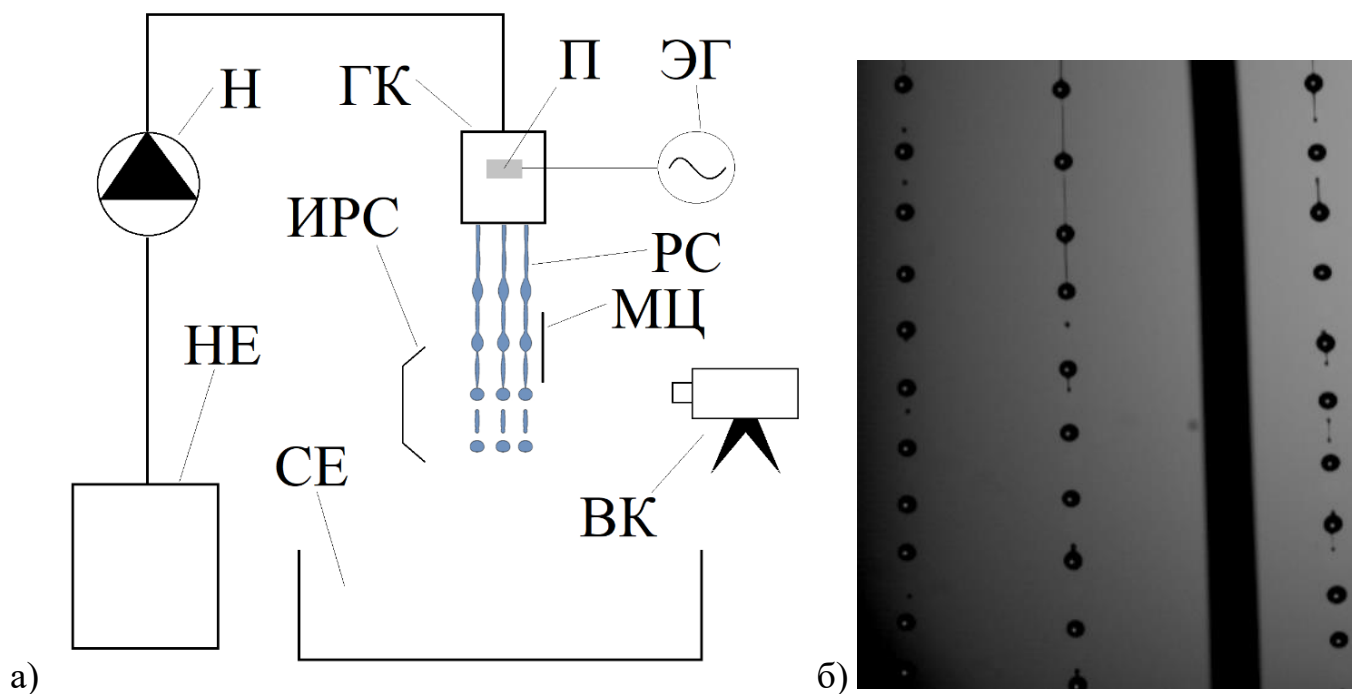


Рисунок 2.10. а) Схема экспериментальной установки. Обозначения: НЕ – термостатированная накопительная емкость, Н – перекачивающий насос, ГК – генератор капель, П – пьезоэлемент, ЭГ – генератор электрических колебаний, РС – распадающиеся на капли струи рабочего тела, СЕ – емкость для сбора рабочего тела, ИРС – источник рассеянного света, ВК – скоростная видеокамера, МЦ – мерный цилиндр. б) Фотография распадающихся на капли струй рабочей жидкости и расположенного вблизи него мерного цилиндра диаметром 1,5 мм.

На рис. 2.11 изображена использовавшаяся в экспериментах фильера с семью капиллярными отверстиями, а также фотография одного из этих отверстий, сделанная с помощью микроскопа. Диаметры капиллярных отверстий были не одинаковы и изменялись на величину порядка 10% от средней величины 400 мкм. Поэтому в экспериментах проводились измерение радиусов каждой из истекающих струй. Определение радиуса проводилось двумя методами: измерением радиуса струй вблизи фильеры, а также путем измерения радиусов образовавшихся капель и расстояния между ними.

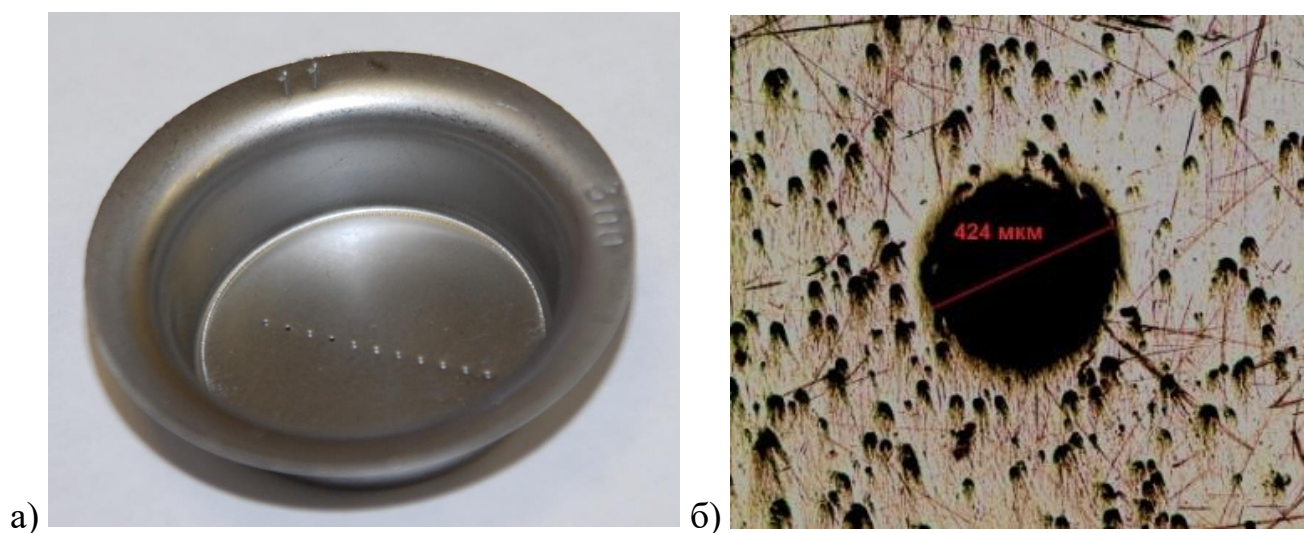


Рисунок 2.11. а) Фильера генератора капель с системой капиллярных отверстий.

б) Фотография одного из отверстий.

Измерение зависимости динамической вязкости рабочего тела (вакуумное масло VM1-C) от температуры проводилось вискозиметром SV-100; погрешность измерений находилась в пределах 3%. Измеренная зависимость приведена на рис. 2.12. В экспериментах исследование процесса диспергирования проводилось при температуре рабочего тела 55 С. Погрешность измерения температуры струй, вызванная неоднородностью поля температуры в накопительной ёмкости, разницей температур нагретого рабочего тела и трубопроводов и т.д., составляла ~ 1,5 С. Такая

неопределенность определения температуры приводит к погрешности при вычислении числа Онезорге. В эксперименте оно находилось в пределах от: $On \sim 0,45$ до $On \sim 0,75$.

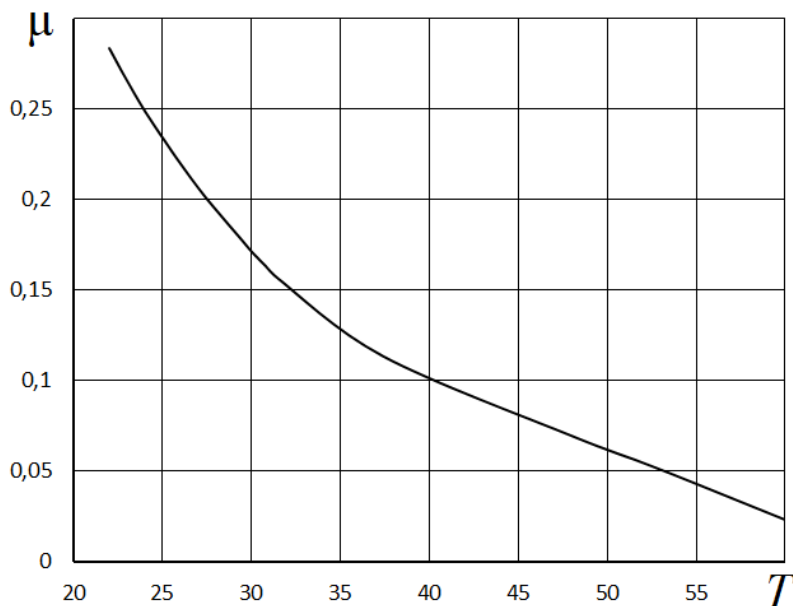


Рисунок 2.12. Зависимость динамической вязкости вакуумного масла ВМ1-С от температуры T (выражена в градусах Цельсия).

В экспериментах амплитуда колебаний пьезоэлемента была достаточно мала, и измеренная оптическим методом безразмерная амплитуда инициирующего ВКРС сигнала ε не превышала величину $\varepsilon \sim 0,05$. При такой амплитуде возмущения заметное влияние на процесс распада оказывали акустические шумы, генерируемые в процессе работы перекачивающего насоса. Из-за наличия шумов, наблюдалось некоторый разброс в значениях радиусов образовавшихся капель.

Определение разброса размеров капель проводилось по следующей методике. Измерялись размеры последовательно образовавшихся в результате распада капель N , а затем на основе экспериментальных данных рассчитывалась функция распределения капель по размерам: $\Psi = \Psi(R, N)$. Определение количества капель N , по размерам которых рассчитывалась функция распределения, производилось путем

сравнения функций $\Psi(R, N)$ и $\Psi(R, N/2)$. В случае, если максимальное относительное отклонение их величин $\delta\Psi = \sup\{|\Psi(R, N) - \Psi(R, N/2)| / \Psi(R, N/2)\}$, где $\sup$ – обозначение супремума величины, не превышало величины 0,05, то считалось что число капель N – достаточное для расчета функции распределения. В экспериментах число N доходило до нескольких сотен.

Характерный вид функции распределения $\Psi(R)$ изображен на рис. 2.13-б. Поскольку погрешность измерения геометрических размеров в эксперименте составляла порядка $\sim 0,005$ мм, погрешность определения радиуса частиц принималась равной дисперсии пиков функции распределения, равной полуширине экстремума функции $\Psi(R)$.

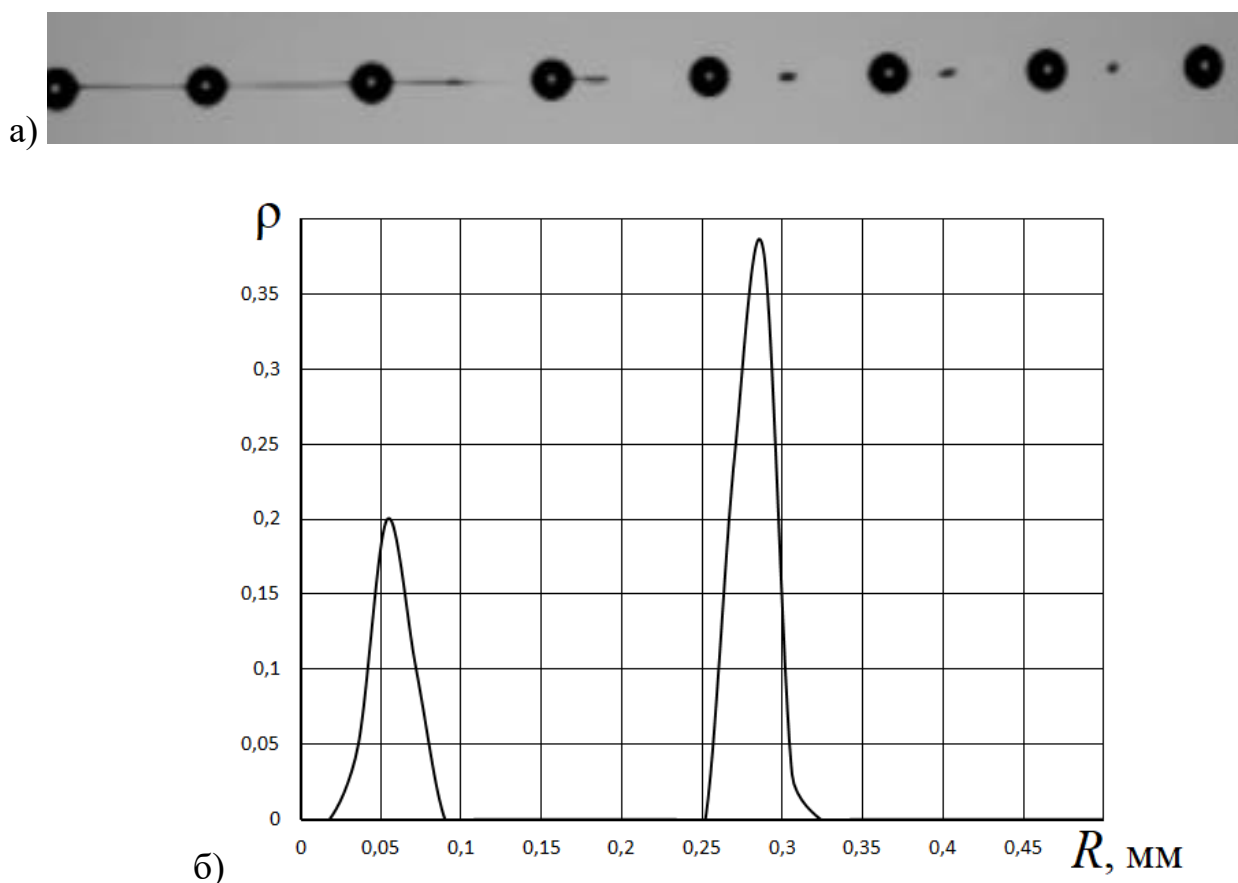


Рисунок 2.13. Параметры ВКРС: $r_0 = 0,115$ мм, $On = 0,61$, $k = 0,39$; а) фотография распадающейся струи; б) функция распределения капель по размерам $\Psi(R)$.

Длина нераспавшейся части струи в экспериментах не превышала $\sim 0,3$ м. При этом скорость истечения струй рабочего тела из генератора капель при проведении экспериментов составляла от 5 м/с до 8 м/с. Таким образом, в эксперименте утончение струи, вызванное действием гравитационных сил, не превышает нескольких процентов, что не оказывает заметного влияния на процесс капиллярного распада струи [91].

Исследование влияния трения струи о воздух на процесс капиллярного распада проводилось теоретически, а также экспериментально. Теоретическое исследование проводилось с помощью использования теорий, разработанных ранее (например [92]) и анализа экспериментальных исследований, проведенных другими авторами (например [93]). И теория, и анализ экспериментов показывают, что влияние трения о воздух описывается нелинейной зависимостью. При этом влияние пренебрежимо мало в случае, если число Вебера для истекающей струи меньше критического значения, определяемого из соотношения

$$We = \frac{\rho_v V^2 d}{\sigma} < 5,3. \quad (2.64)$$

При увеличении числа Вебера влияние трения о воздух на процесс капиллярного распада начинает быстро возрастать. Рассчитанная по формуле (2.64) критическая скорость струи составляет $V \approx 9$ м/с. В то же время, скорость истечения струй рабочего тела из генератора капель в экспериментах составляла от 5 м/с до 8 м/с.

Кроме того, проводилась экспериментальная проверка влияния трения воздуха на процесс капиллярного распада струи. Зависимость размеров основных и сателлитных капель от безразмерного волнового числа измерялась в атмосфере и в вакуумной камере при давлении остаточных газов ~ 10 Па. Измеренные зависимости, с точностью до погрешности эксперимента, совпали.

На рис. 2.14 изображена экспериментально измеренная зависимость размеров основных и сателлитных капель от безразмерного волнового числа при значении числа Онезорге $On = 0,6 \pm 0,15$. Линией обозначена теоретически рассчитанная

зависимость. Видно, что теория хорошо согласуется с экспериментом. В то же время, у экспериментально измеренного распределения есть «хвост» сателлитов малого размера – микросателлитов, который не описывается теоретически рассчитанной кривой. Образование микросателлитов объясняется развитием гидродинамических неустойчивостей в области тонкого перешейка, соединяющего зародыши капель.

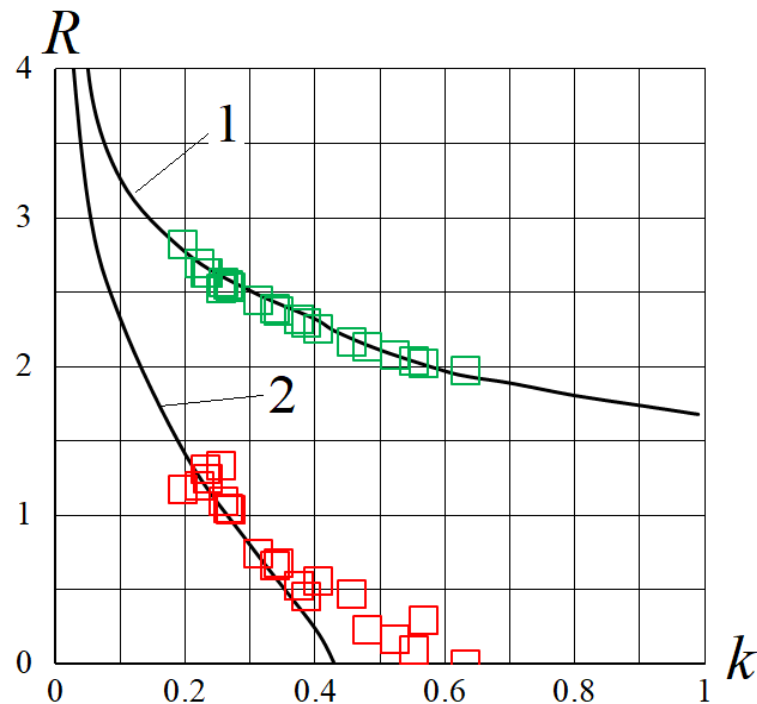


Рисунок 2.14. Линиями обозначена теоретически рассчитанная зависимость безразмерного радиуса 1 - основных и 2 - сателлитных капель от безразмерного волнового числа для случая $On = 0,6$. Зелеными и красными квадратами – экспериментально измеренная зависимость радиуса капель от безразмерного волнового числа при $On = 0,6 \pm 0,15$.

Дополнительно проводилось сравнение результатов эксперимента с не вязкой теорией. В работе [77] проведено сравнение теоретически рассчитанной и экспериментально измеренной зависимостей размеров основных и сателлитных капель от волнового числа в случае, когда вязкость жидкости пренебрежимо мала;

показано что теория хорошо согласуется с экспериментом. На рис. 2.15 проводится сравнение не вязкой теории, предложенной в работе [77], и проведенного в данной работе эксперимента. Видно, что не вязкая теория неприменима для описания процесса капиллярного распада при значениях числа Онезорге, близком к единице.

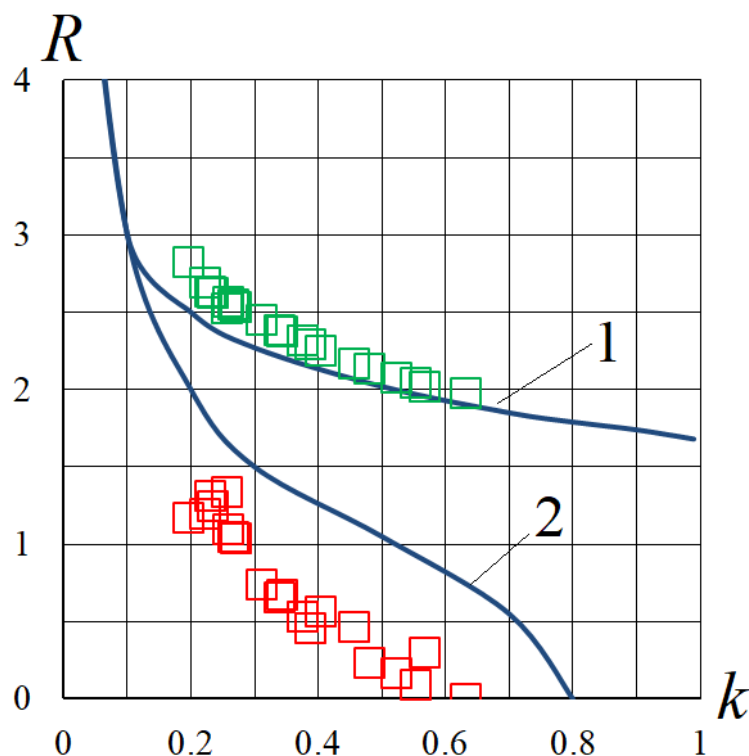


Рисунок 2.15. Линиями обозначена теоретически рассчитанная зависимость безразмерного радиуса 1 - основных и 2 - сателлитных капель от безразмерного волнового числа для не вязкого случая [77]. Зелеными и красными квадратами – экспериментально измеренная зависимость радиуса капель от безразмерного волнового числа при $On = 0,6 \pm 0,15$.

2.8 Экспериментальные исследования образования микросателлитов

Образование сателлитных капель и микросателлитов наблюдалось в экспериментах по распаду жидких плёнок. В результате развития неустойчивостей плёнка распадалась на длинные тонкие цилиндры. В них с помощью съёмки скоростной видеокамерой исследовалось развитие капиллярных неустойчивостей.

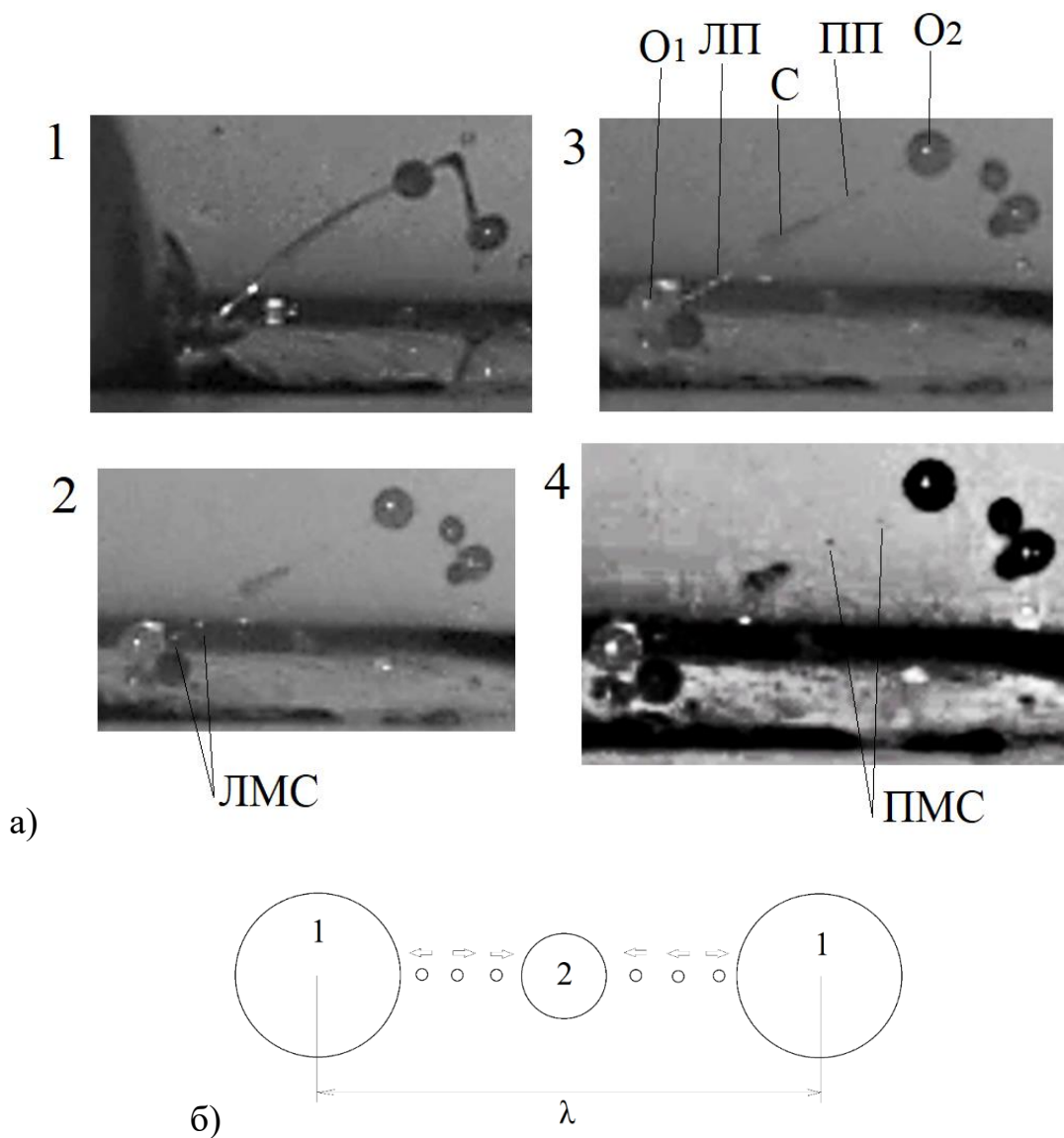


Рисунок 2.16. а) Последовательные кадры видеосъёмки капиллярного распада жидкого столбика. (O1, O2 – левая нижняя и правая верхняя основные капли; С – сателлитная капля; ЛП – левая перетяжка между O1 и С; ПП – правая перетяжка между O2 и С; ЛМС – микросателлиты, образованные в результате разрыва ЛП;

ПМС – микросателлиты, образованные в результате разрыва ПП. б) Схема расположения образовавшихся капель (1 – основные капли; 2 – сателлитная капля).

Стрелками обозначено направление движения микросателлитов.

На рис. 2.16 изображены несколько кадров видеосъёмки капиллярного распада жидкого столбика, а также схема расположения образовавшихся капель. Длина волны

возмущения поверхности цилиндра вакуумного масла ВМ-1 при температуре 47 С составляла $\lambda \approx 7,7$ мм; начальный радиус $r_0 \approx 0,24$ мм; безразмерное волновое число возмущения $k = 2\pi r_0/\lambda \approx 0,2$; число Онезорге имело значение $Oh \approx 0,75$. В условиях эксперимента $r_0/t_0 \approx 0,3$ м/с.

Диаметр левой нижней основной капли (О1) был равен 1,0 мм; правой верхней основной капли (О2) – 1,35 мм; сателлитной капли (С) – 0,53 мм. Отличие размеров основных капель объясняется тем, что правая верхняя капля образовывалась в точке схождения двух жидких цилиндров. Экспериментально установленные размеры капель хорошо согласуются с теоретически полученными результатами (разница составляет 5 – 10 процентов).

Видеосъемка позволила исследовать процесс образования микросателлитов. Первоначально в жидком цилиндре развивались линейные капиллярные волны (рис. 2.16-а(1)), формировались зародыши основных и сателлитной капель, соединенные перетяжками. Время формирования зародышей капель составило $\sim 10^{-3}$ с. Затем происходило утончение перетяжек, соединяющих основные и сателлитную капли, которое сопровождалось развитием капиллярных неустойчивостей, приводящих к образованию микросателлитов (см. рис. 2.16-а(2)). Характерное время утончения перетяжки составило $\sim 10^{-4}$ с. Разрыв левой перетяжки произошел раньше, нежели правой. Из каждой перетяжки образовалось по три микросателлита, движущихся в разные стороны (см. рис. 2.16-б): два из трех двигались в направлении сателлитной капли; один – к основной. Из этого наблюдения можно сделать вывод о том, что первоначально разрыв перетяжки происходил вблизи основной капли между микросателлитами, движущимися в противоположные стороны. Два из шести образовавшихся микросателлитов не столкнулись с образовавшимися основными и сателлитными каплями. Это объясняется движением воздуха.

Влияние числа Онезорге на процесс разрыва капиллярного мостика в случае, когда безразмерное волновое число $k = 0,5$, проводилось в работе [94]. На рис. 2.17 представлены кадры видеосъемки эксперимента. Видно, что при числе Онезорге $Oh \sim 0,1$, образуется сателлитная капля. При этом разрыв капиллярного мостика

описывается автомодельной зависимостью (2.53), а форма поверхности жидкости в окрестности точки разрыва близка к изображённой на рис. 2.5. При значении $Oh > 0,2$ сателлитная капля не образуется. При этом разрыв капиллярного мостика описывается автомодельной закономерностью (2.56). Видно, что при значении числа Онезоге $Oh = 0,21$, образуются микросателлиты. При повышении числа Онезоге, образование микросателлитов не происходит.

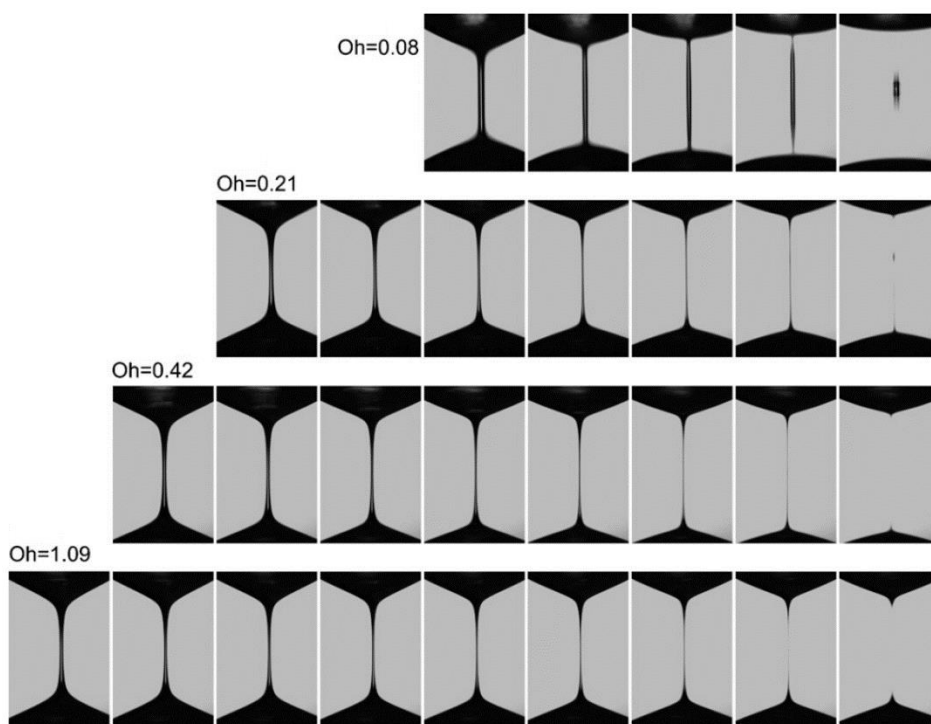


Рисунок 2.17. Кадры видеозаписи разрыва капиллярного мостика при разных числах Онезоге [12]. Безразмерное волновое число $k = 0,5$.

2.9 Численное моделирование процесса формирования микросателлитов

Система уравнений (2.12)-(2.13) решалась методом конечных разностей на восьмиточечной параметрической схеме (шеститочечная схема с добавлением двух точек для аппроксимации третьей производной h на нижнем временном слое). Программа для расчёта реализовывалась на языке программирования Python 3.

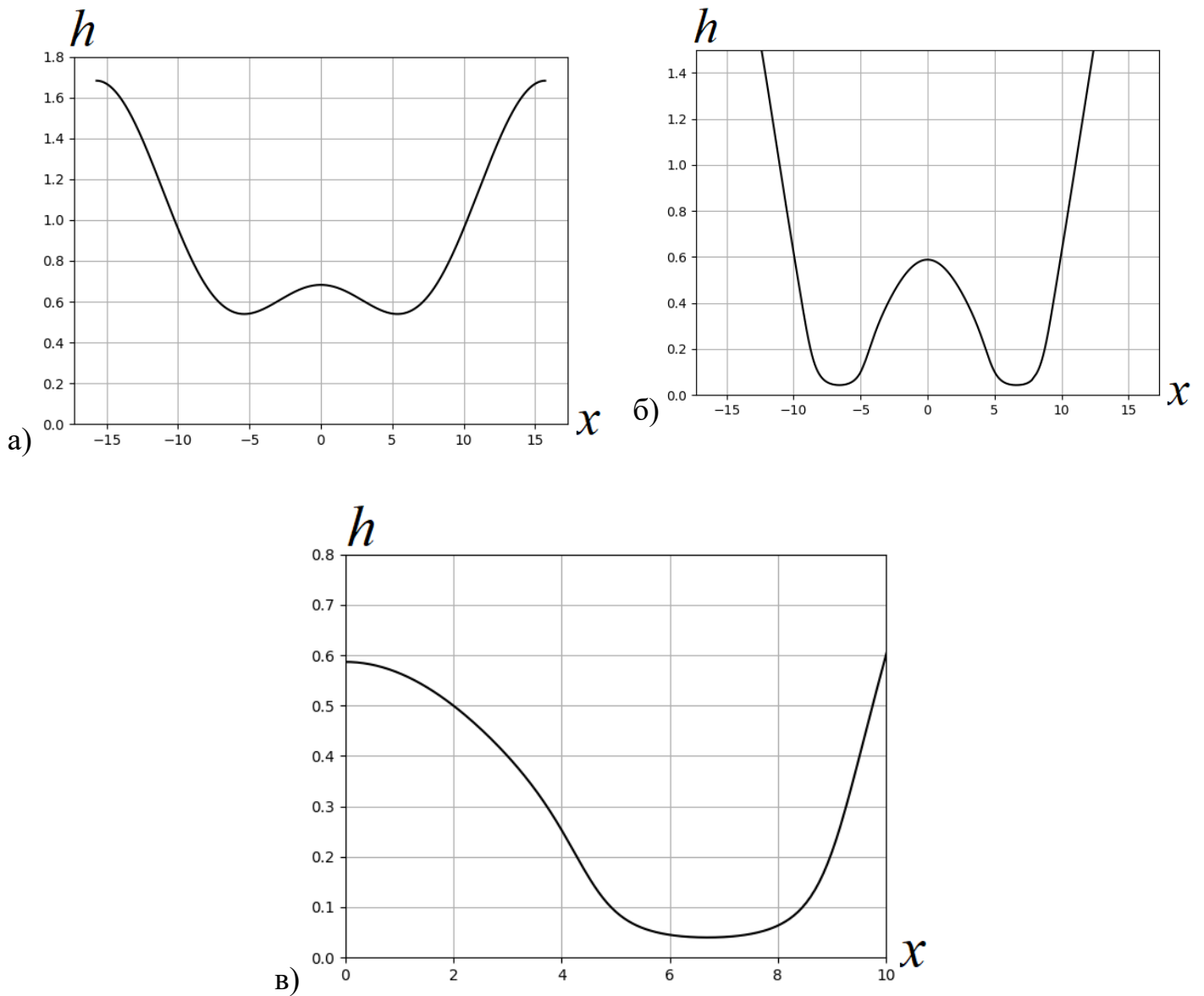
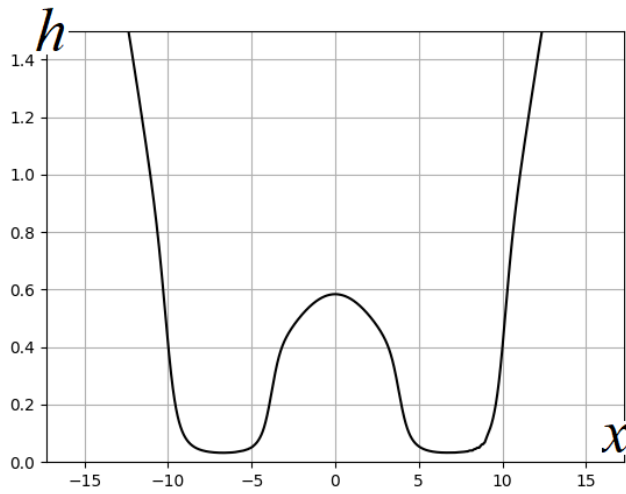


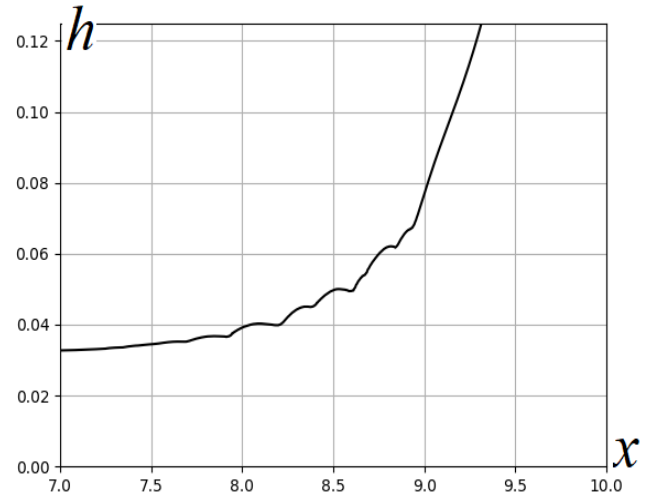
Рисунок 2.18. Зависимость формы струи от координаты в различные моменты времени: а) $t = t^* - 3,94$; б) и в) $t = t^* - 1,05$.

В первом вычислительном эксперименте проводилось моделирование разрыва струи в случае: $k = 0,2$, $Oh = 0,75$. Начальная амплитуда возмущения считалась малой и не влияющей на процесс сателлитообразования. Отсчет времени производился от момента разрыва t^* . На рис. 2.18 изображён профиль струи в различные моменты времени. Видно, что с течением времени форма перешейка приближается к автомодельной зависимости (2.56). После образования тонкого перешейка на границе

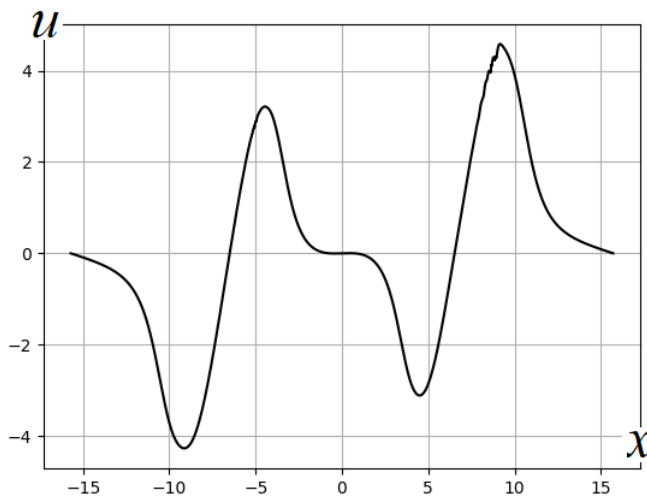
области автомодельного решения и основной капли происходило образование зародышей микросателлитов.



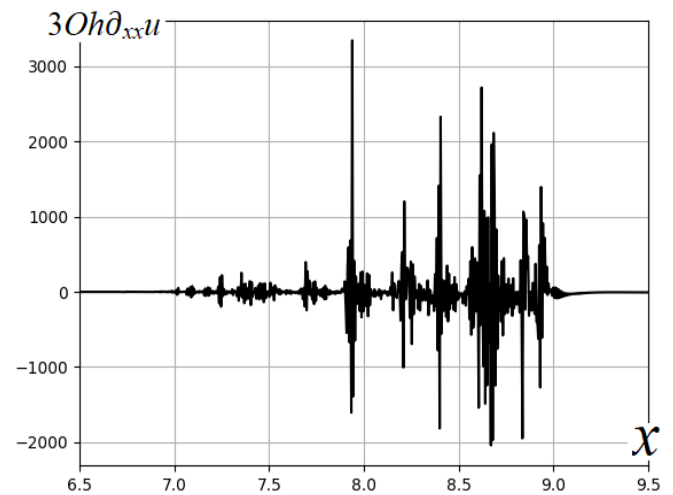
а)



б)



в)

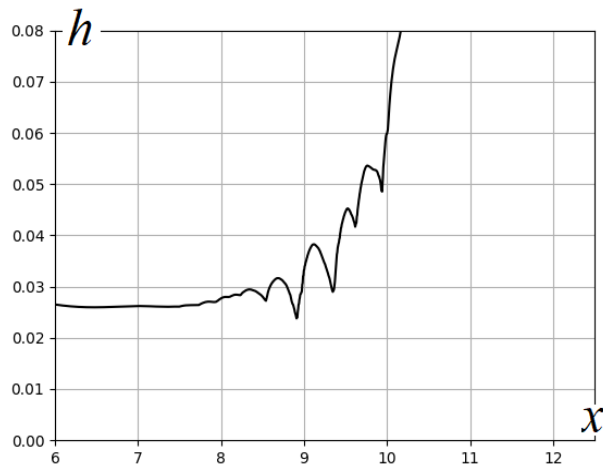


г)

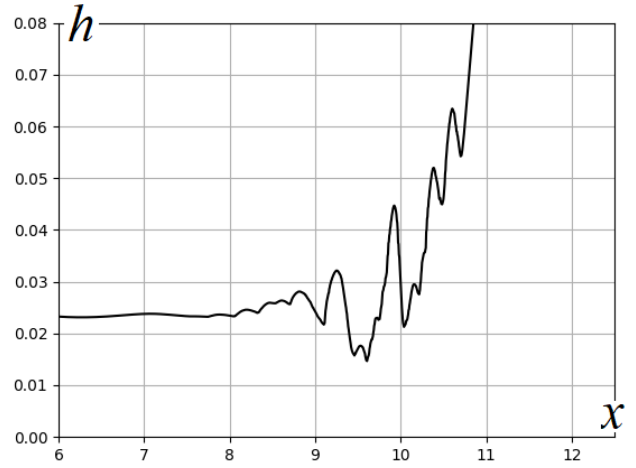
Рисунок 2.20. Зависимости: а) и б) формы струи; в) скорости вещества в ней; г) величины $3Oh\partial_{xx}u$ от координаты в момент времени $t = t^* - 0,42$.

На рис. 2.18-а и 2.18-б изображена зависимость радиуса струи от координаты в различных масштабах в момент времени $t = t^* - 0,42$. Несимметричность решения объясняется небольшой асимметрией начальных условий. Из анализа рисунков следует, что существует область, на всём протяжении которой синхронно происходит

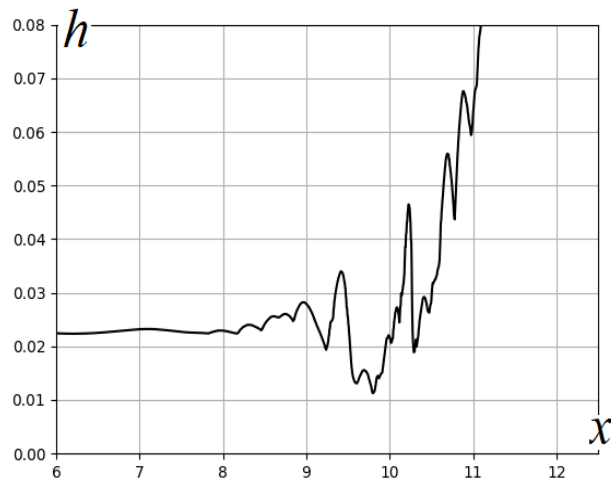
образование зародышей микросателлитов. На рис. 2.18-в представлена зависимость скорости вещества струи от координаты. Образование структуры волн на поверхности струи происходит в малой окрестности максимума скорости.



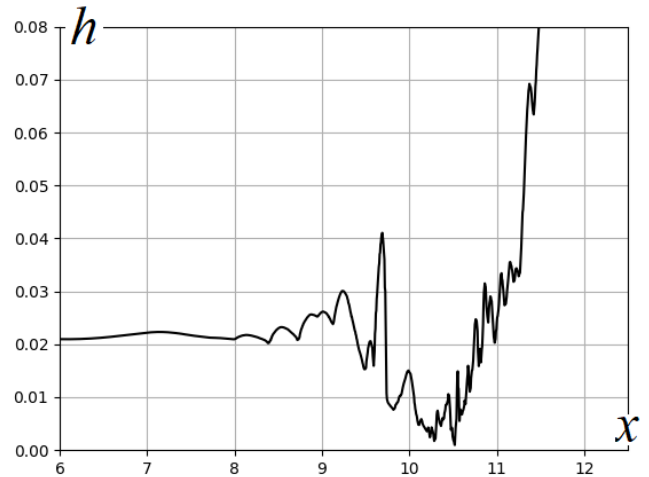
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.20. Зависимость формы струи от координаты для различных моментов времени: а) $t = t^* - 0,2064$; б) $t = t^* - 0,0948$; в) $t = t^* - 0,00624$; г) $t = t^* - 0,00025$.

Для анализа процесса образования микросателлитов исследовались следующие величины: $\eta_1 = \frac{6}{h} \text{On} \partial_x h \partial_x u$, $\eta_2 = 3 \text{On} \partial_{xx} u$, $\eta_3 = u \partial_x u$. При образовании структуры

волн значение модуля величин η_1 и η_3 не превышало 5. Численно полученная зависимость η_2 представлена на рис. 2.19-г. Его анализ показывает связь между образованием зародышей микросателлитов и флуктуациями второй производной скорости.

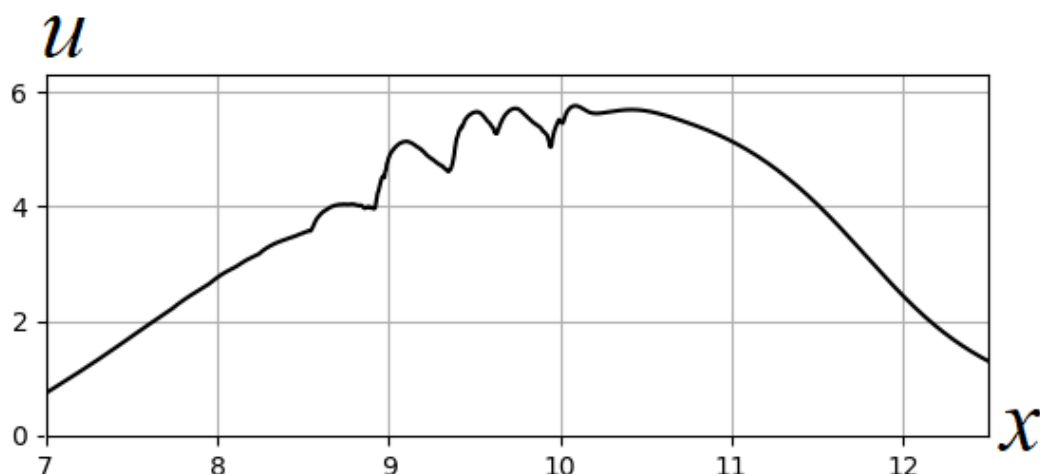


Рисунок 2.21. Зависимость скорости u от координаты при $t = t^* - 0,2064$.

На рис. 2.20 представлены результаты расчёта зависимости формы струи вблизи точки ее разрыва от времени. Формирование микросателлитов характеризуется сложной динамикой. Образующаяся вблизи точки разрыва фрактальная структура формы поверхности струи обусловлена автомодельностью задачи. Из анализа рис. 2.20 следует, что характерный радиус микросателлитов составляет порядка $0,1 r_0$. Этот результат согласуется с экспериментальными наблюдениями. Зависимость скорости в струе от координаты, рассчитанная для момента времени $t = t^* - 0,2064$ представлена на рис. 2.21. Наличие зародышей микросателлитов слабо влияет на величину скорости в струе.

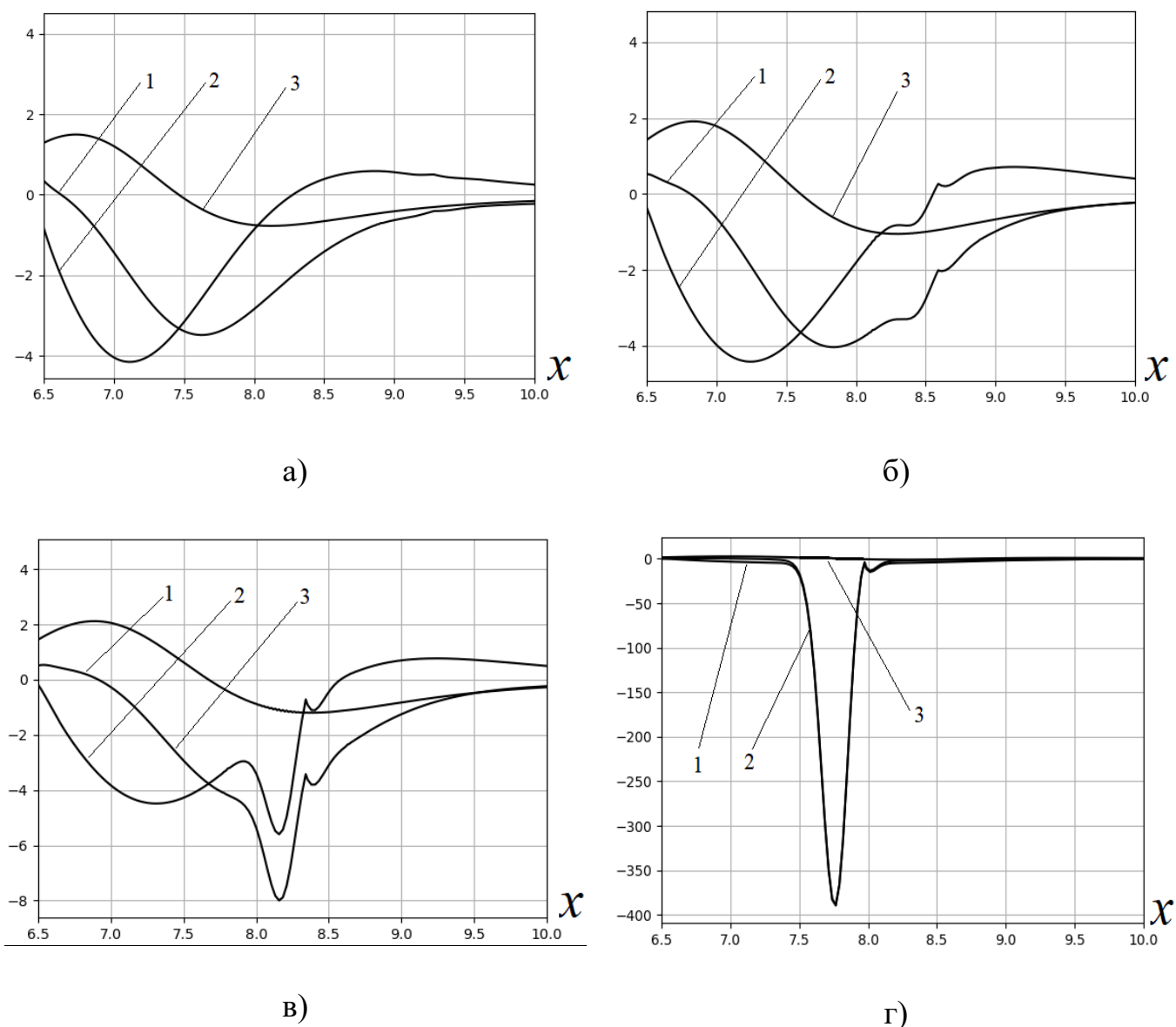


Рисунок 2.22. Соотношение функций $(\eta_1 + \eta_2)$, η_2 и η_3 для различных моментов времени: 1– $(\eta_1 + \eta_2)$; 2– η_2 ; 3– η_3 . а) $\Delta t = 0,135$; б) $\Delta t = 0,081$; в) $\Delta t = 0,054$; г) $\Delta t = 0$.

Дополнительно проведена серия вычислительных экспериментов для определения условий образования зародышей микросателлитов. На рис. 2.22 представлены результаты одного из расчётов – зависимость функций $(\eta_1 + \eta_2)$, η_2 и η_3 от координаты для различных величин Δt – разности между временем возникновения зародышей микросателлитов и текущим временем. Первоначально формируется область, в которой значение инерционного члена η_3 близко к сумме $(\eta_1 + \eta_2)$ (см. рис. 22-а). В ней формируется волна в поле $\partial_{xx}u(x)$, движущаяся в направлении к

экстремуму соответствующей зависимости (рис. 2.22-б – 2.22-в). Затем происходит быстрый рост экстремального значения (рис. 2.22-г) и образование зародышей микросателлитов. Из анализа рис. 2.22 следует, что в процессе образования зародышей величина η_2 имеет определяющее значение.

Форма струи в момент образования зародышей микросателлитов изображена на рис. 2.23.

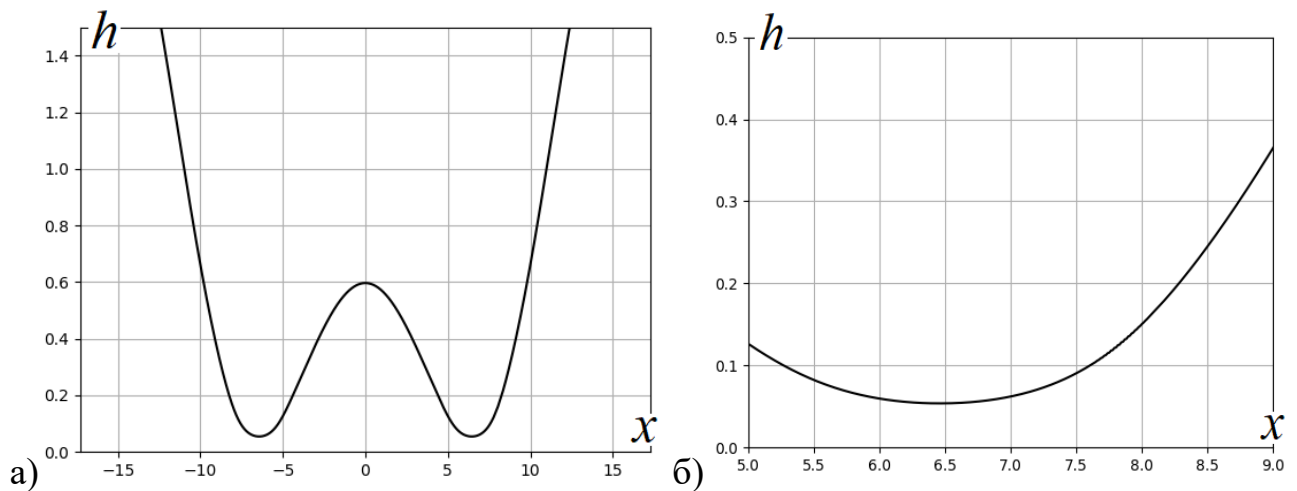


Рисунок 2.23. Форма струи в момент образования зародышей микросателлитов в разных масштабах.

2.10 Аналитическая модель образования микросателлитов

Образование микросателлитов происходит в области автомодельного утончения струи. Однако система уравнений (2.13), (2.55) не имеет решений, описывающих образование структуры волн на поверхности струи [90, 91]. Это объясняется тем, что при выводе (2.55) не учитывался член $\partial_{xx}h$, описывающий влияние величины второго главного радиуса кривизны поверхности на капиллярные процессы.

В работе для моделирования процесса формирования микросателлитов использовалась следующая редукция динамического уравнения:

$$\partial_x \left(\partial_{xx} h - \frac{1}{h} \right) + 3On \partial_{xx} u = 0. \quad (2.65)$$

При выводе редукции (2.65) величина инерционного члена $\partial_t u + u \partial_x u$ считалась пренебрежимо малой. Кроме того, малым по сравнению с $\partial_{xx} u$ считался член уравнения $2\partial_x h \partial_x (u)/h$. Применимость последнего модельного условия объясняется тем, что образование структуры волн происходит в малой окрестности экстремума скорости, в которой величина $\partial_x u$ мала.

Уравнение неразрывности преобразовывается следующим образом:

$$-\frac{2}{h}(\partial_t h + u \partial_x h) = \partial_x u. \quad (2.66)$$

Интегрирование уравнения (2.65) с учетом закона сохранения массы (66) дает:

$$\partial_{xx} h - \frac{1}{h} + 3On \partial_x u = C(t), \quad (2.67)$$

где $C(t)$ – некоторая константа, в общем случае зависящая от времени.

В результате подстановки (2.66) в (2.67) получается выражение

$$6On(\partial_t h + u \partial_x h) - h \partial_{xx} h + 1 + hC(t) = 0. \quad (2.68)$$

До начала формирования микросателлитов $\partial_{xx} h \ll 1/h$. Поэтому константа C оценивается соотношением $C = -1/h_0$, где h_0 – толщина струи в точке, характеризующейся максимальной скоростью в момент образования зародышей.

Скорость слабо меняется при структурообразовании, поэтому далее производится замена переменной x :

$$\tilde{x} = x - ut. \quad (2.69)$$

Ниже знак волны опускается и в новых переменных (2.68) записывается в виде

$$6On \partial_t h - h \partial_{xx} h + 1 - h/h_0 = 0. \quad (2.70)$$

Это уравнение имеет два стационарных решения. Одно из них – константа

$$h = h_0. \quad (2.71)$$

Второе стационарное решение определяется соотношением

$$\partial_{xx} h = \frac{1}{h} - \frac{1}{h_0}. \quad (2.72)$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (2.72) имеет периодическое решение (рис. 2.24). Его пространственная частота определяется величиной h_0 и амплитудой

решения. Возникновение периодического решения можно пояснить следующим образом. Полагая $h = h_0 (1+H)$, где $H \ll 1$, и линеаризуя уравнение (72) относительно H , получаем уравнение линейного осциллятора.

При исследовании структурной устойчивости периодического решения (2.72) по отношению к изменению величины h_0 считалось, что $h_0 = h_0(x)$ – некоторая функция. Анализ показал, что решение (2.72) сохраняет периодическую структуру, аналогичную изображённой на рис. 24, в случае, когда $h_0(x)$ на исследуемом промежутке положительна и меняется достаточно медленно с изменением координаты x (медленнее чем периодическое решение). А при некоторых условиях, уравнение (2.72) имеет периодическое решение в случае знакопеременности $h_0(x)$ – в случае когда длина промежутка отрицательного значения величины функции $h_0(x)$ существенно меньше периода колебательного решения. Когда $h_0(x) < 0$ на всём исследуемом промежутке, уравнение (2.72) периодического решения не имеет.

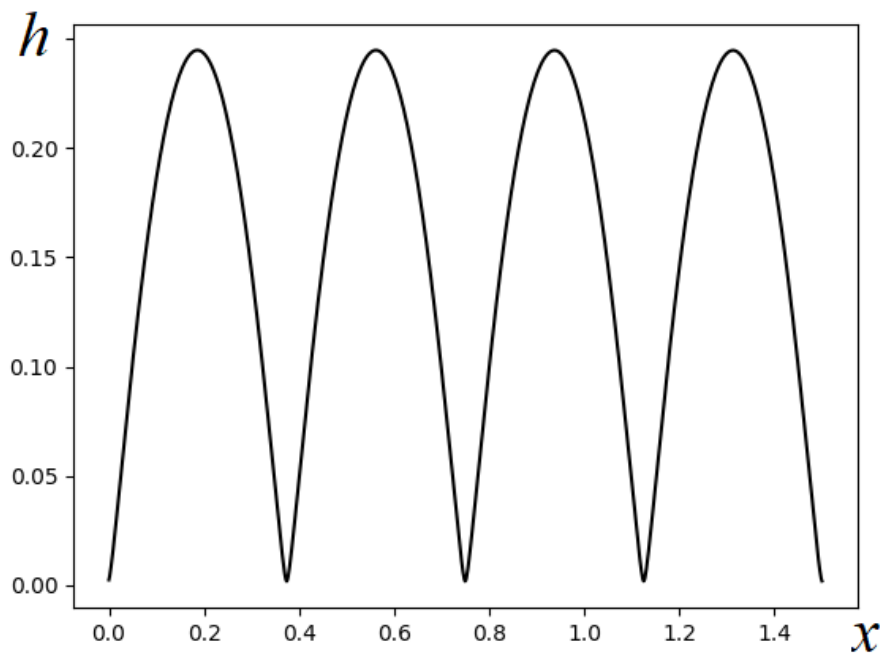


Рисунок 2.24. Характерный вид периодического решения уравнения (2.18). $h_0 = 0,05$,
 $h(0) = 0,0025$, $\partial_x h(0) = 1$.

Образование структуры волн происходит при потере устойчивости решения (2.71). Если считать, что форма струи описывается соотношением: $h_0 = h_0 + \delta h$, исследование устойчивости можно провести в линейном приближении:

$$60n\partial_t(\delta h) - h_0\partial_{xx}(\delta h) - \delta h/h_0 = 0. \quad (2.73)$$

Представим возмущение δh в виде:

$$\delta h = e^{\omega t} \cos(2\pi x/l), \quad (2.74)$$

где l – длина волны возмущения, а ω – его фактор роста.

Дисперсионное соотношение записывается в виде:

$$\omega = \frac{1}{60nh_0} \left(1 - \frac{4\pi^2 h_0^2}{l^2} \right). \quad (2.75)$$

Из (2.21) следует условие формирования зародышей микросателлитов: ширина экстремума в поле второй производной скорости $\partial_{xx}u(x)$ должна удовлетворять неравенству:

$$l > 2\pi h_0. \quad (2.76)$$

Первоначально рост зародышей происходит в линейном режиме согласно (2.20). По мере роста возмущения форма поверхности струи приближается к изображённой на рис. 2.8. В малой окрестности минимума толщины (см. рис. 2.8) можно пренебречь величиной h/h_0 в уравнении (2.16). В этом приближении динамика поверхности струи вблизи точки распада описывается уравнением

$$60n\partial_t h = h\partial_{xx} h - 1. \quad (2.77)$$

Последнее соотношение является нелинейным уравнением теплопроводности в среде с источником, т.е. формирование микросателлита аналогично явлению локализации тепла [95]. После разделения переменных решение (2.77) можно представить в виде:

$$h = h(0) - \frac{1}{60n}t + T(t)\Theta(x), \quad (2.78)$$

где $T(t)$ и $\Theta(x)$ – некоторые функции времени и координаты.

Аналогично явлению локализации тепла, формирование микросателлита является локальным процессом и происходит в некоторой ограниченной области.

Подстановка (2.78) в (2.77) приводит к выражению:

$$h = h(0) - \frac{1}{60n}t + \frac{1}{\tau - t/60n} \frac{(x^* - x)^2}{2}, \quad (2.79)$$

где τ – некоторая константа, а $h(0)$ – начальная толщина струи.

Поскольку исследуется поведение решения вблизи минимума толщины струи, величина $\tau > 0$. Из условия разрыва струи получается соотношение:

$$60n h(0) = \tau. \quad (2.80)$$

Тогда (2.79) записывается в виде:

$$h = (\tau - t/60n) \left(1 + \frac{1}{(\tau - t/60n)^2} \frac{(x^* - x)^2}{2} \right). \quad (2.81)$$

Это уравнение описывает альтернативную зависимости (2.56) автомодельную закономерность разрыва вязкой струи.

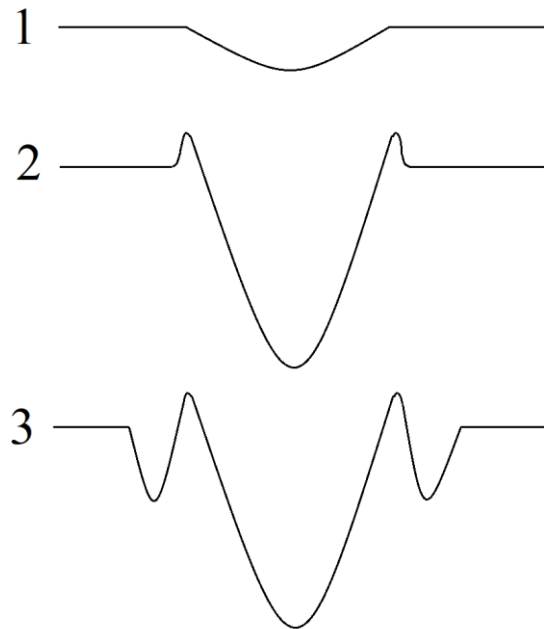


Рисунок 2.25. Стадии формирования фрактального профиля струи.

На рис. 2.25 показана схема формирования профиля струи, близкого к самоподобному. Поскольку решение (2.81) развивается в ограниченной области, по мере утончения струи на границе зоны автомодельного разрыва скапливается жидкость (на рис. 2.25 – стадии 1 и 2). При развитии этого возмущения рядом с исходной областью формируется новые зоны автомодельного решения (на рис. 2.25

– стадия 3). В результате вблизи области разрыва формируется волновая структура, близкая к самоподобной (см. рис. 2.20).

Предложенная аналитическая модель образования микросателлитов объясняет влияние числа Онезорге на процесс образования микросателлитов. Эксперименты показывают, что в случае, когда вязкость жидкости мала ($On < 0,1$), субсателлиты не образуются, т.к. не реализуется автомодельная закономерность (6), и разрыв происходит по другому сценарию. При повышении значения On формируется область вязкого автомодельного утончения, в результате чего образуются микросателлиты. Когда $On \sim 1$, фактор роста зародышей ω , рассчитываемый по формуле (2.75), оказывается настолько малым, что микросателлиты не успевают сформироваться за время разрыва струи.

Полученное условие формирования микросателлитов (2.76) хорошо согласуется с результатами проведенной серии вычислительных экспериментов. Так, суммарная ширина экстремумов на рис. 2.22 составляет $l \approx 0,605$, а радиус струи в области образования зародышей $h_0 \approx 0,095$. Значение $l/h_0 \approx 6,32 \approx 2\pi$.

3 Исследование теплообмена в дисперсном потоке бескаркасных систем отвода низкопотенциального тепла в космосе

Список использованных в разделе обозначений

Q_α – фактор поглощения излучения;

n – показатель преломления излучения веществом;

α_λ – спектральный показатель поглощения излучения веществом;

$X = \frac{2\pi r}{\lambda}$ – дифракционный параметр;

r – радиус капли;

λ – длина волны излучения;

τ_o - оптическая толщина;

ε_λ - фактор эффективности поглощения излучения;

ε - интегральная степень черноты капли;

T – температура;

δ_p – длина распространения теплового излучения в веществе;

σ - постоянная Стефана – Больцмана;

λ_T - коэффициент теплопроводности вещества;

λ_d - коэффициент лучистой теплопроводности;

c – теплоёмкость рабочего тела;

ρ – плотность рабочего тела;

c_c – скорость света в вакууме;

u - функция распределения фотонов излучения;

v – скорость движения капель;

t – время;

$\vec{r}$ – радиус – вектор точки в пространстве;

$\vec{n}$ – направление скорости частиц;

ψ, θ – полярный и аксиальный углы в сферической системе координат;

F – функция распределения углового коэффициента излучения;

f – функция плотности распределения углового коэффициента излучения;

φ – угловой коэффициент излучения;

3.1 Физическая модель остывания капель

Задача радиационного остывания капельной пелены ранее рассматривалась применительно к высокотемпературным ($T \sim 700$ К) излучателям с размером частиц 5-30 мкм, расположение которых в дисперсном потоке считалось стохастичным и изотропным. Анализ энергетических характеристик основывался на модели изотропно-рассеивающей серой среды. При этом считалось, что в системе нет дальних радиационных взаимодействий. Для определения поля температуры в потоке решались уравнения диффузионного переноса излучения. Радиус частиц в низкопотенциальном КХИ превышает 100 мкм и определяется техническими возможностями диспергирования вещества. В низкопотенциальном излучателе спектр теплового излучения сосредоточивается в области длин волн, в которой рабочее тело эффективно поглощает излучение. Поэтому интегральная степень черноты частиц близка к единице. Кроме того, расположение частиц в низкопотенциальном КХИ не изотропное: известно, что использование структурированного капельного потока позволяет повысить мощность КХИ по сравнению со случаем однородного расположения частиц. В работе проводилось

моделирование радиационного теплообмена в дисперсном структурированном потоке бескаркасных систем отвода низкопотенциального тепла в космосе.

Обобщение задачи моделирования радиационных характеристик капель на случай произвольных радиусов и длин волн излучения было проведено Л.А. Домбровским, С.Д. Слепцовым и Н.А. Рубцовым в работах [96 - 98]. В них получена следующая зависимость, аппроксимирующая величину фактора поглощения капли:

$$Q_\alpha = \frac{4n}{(n+1)^2} (1 - e^{-5X\alpha}) + 5\alpha X(n-1)^2 \exp(0.2X(n-1)). \quad (3.1)$$

Измерение оптических свойств потенциальных рабочих тел проводилось в работах [55, 56]. На рис. 3.1 изображена зависимость спектрального коэффициента поглощения излучения α_λ рабочего тела DC-705 при температуре 360 К от длины волны [55].

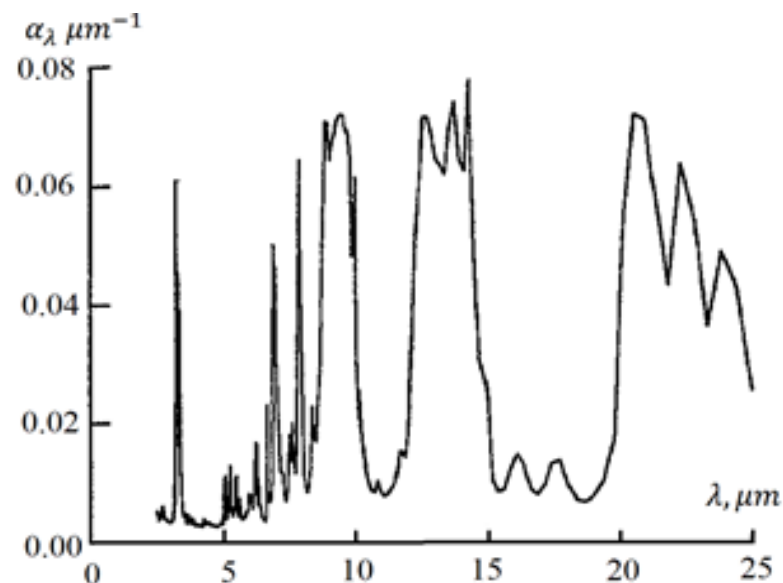


Рисунок 3.1. Зависимость коэффициента поглощения излучения α_λ рабочего тела DC-705 при температуре 360 К [55].

Расчёты, проведенные с помощью соотношения (3.1) показывают, что для длины волны с минимальным значением показателя поглощения, величина $X \approx 35$, а $\alpha_\lambda \approx$

0,01 мкм⁻¹. При этом оптическая толщина капли $\tau_o \approx 2$, а фактор эффективности поглощения равен $\varepsilon_\lambda \approx 0,7$. Отметим, при значении дифракционного параметра $X = \frac{2\pi r}{\lambda} \gtrsim 15$, для исследования взаимодействия излучения с частицами правомочно использование модели геометрической оптики [99]. А для длины волны с максимальным значением показателя поглощения: $X \approx 70$, $\alpha_\lambda \approx 0,06$ мкм⁻¹, а оптическая толщина капли составляет $\tau_o \approx 12$. При этом фактор эффективности поглощения ε_λ стремится к единице: $\varepsilon_\lambda \approx 0,99$. Интегральная степень черноты капли диаметром 200 мкм для теплового излучения с температурой 300 ÷ 450 К составляет $\varepsilon \approx 0,9 \div 0,95$ (увеличивается по мере роста температуры капли).

Коэффициент теплопроводности вещества капель составляет порядка $\lambda_T \sim 0,15$ Вт / (м К). А характерная длина распространения теплового излучения в веществе капель $\delta_p \sim 10^{-4}$ м (см. рис. 3.1). Величина коэффициента лучистой теплопроводности определяется соотношением [100]

$$\lambda_l = \frac{16\sigma T^3 \delta_p}{3} \sim 3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T}{100} \right)^3. \quad (3.2)$$

Механизм радиационной теплопроводности начинает играть заметную роль при теплообмене внутри капли лишь при $T > 1000$ К. В то же время, потенциальные рабочие тела начинают интенсивно испаряться при $T \sim 700$ К.

В случае, когда скорость радиационного остывания поверхности капли оказывается сравнимой со скоростью оттока тепла из её центральной части, в частице устанавливается сложный профиль температуры. В КХИ времена пролёта капель через космическое пространство составляет ~ 10 с. А характерный перепад температуры ~ 50 К. Таким образом, скорость радиационного остывания составляет $\frac{\partial T}{\partial t} \sim$ К/с. Уравнение теплопроводности для капли может быть записано в виде:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (3.3)$$

Для проведения оценки считалось, что излучение уносит энергию с только с поверхности капли. Скорость остывания центральной области частицы оценивается

величиной $\frac{\partial T}{\partial t} \sim \frac{\lambda_t}{\rho c r^2} \delta T$, где δT – характерная разница температуры между центром капли и её периферией. Тогда $\delta T \sim 0,1 \frac{\partial T}{\partial t} \sim 0,5$ К. Таким образом, при исследовании радиационного остывания капельного потока возможно пренебречь неоднородностью температуры по объёму капли.

3.2 Кинетическое уравнение переноса излучения

Моделирование радиационного взаимодействия капель в капельном потоке проводилось путём решения кинетического уравнения для переноса излучения. В качестве граничных условий использовались закономерности теплового излучения: считалось, что максимальная плотность энергии излучения определяется температурой излучающей поверхности T и составляет $\frac{4\sigma}{3c_c} T^4$. Кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \vec{n} \frac{\partial u}{\partial \vec{r}} = J[u], \quad (3.4)$$

где член $J[u]$ описывает взаимодействие излучения со средой.

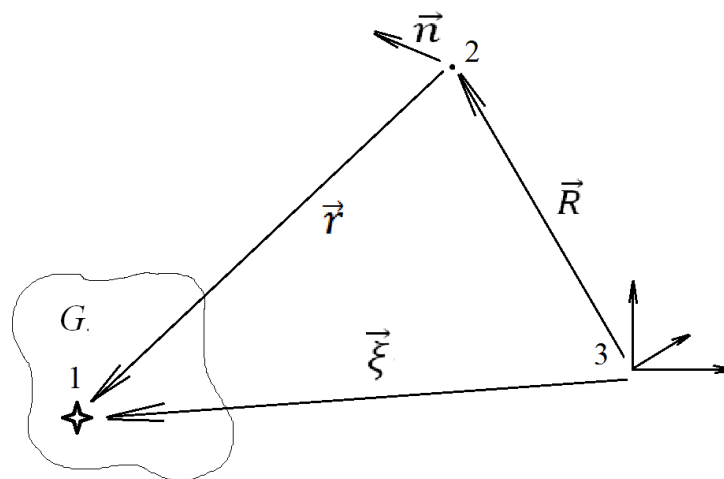


Рисунок 3.2. 1 – точка, находящаяся на излучающей поверхности G , 2 – точка, в которой вычисляется функция распределения, 3 – система координат.

Считалось, что в дисперсном потоке с излучением взаимодействуют только капли. Характерное время релаксации функции распределения излучения пренебрежимо мало по сравнению с характерным временем остывания потока. Поэтому в уравнении (3.4) можно пренебречь релаксационным членом:

$$\vec{n} \frac{\partial u(\vec{r}, \vec{n})}{\partial \vec{r}} = 0. \quad (3.5)$$

Фундаментальное решение уравнения (3.5):

$$\mathcal{F}(\vec{r}, \vec{n}) = \tilde{C} \frac{\delta(\vec{n} + \frac{\vec{r}}{r})}{r^2} = \tilde{C} \frac{\delta(\vec{n} + \frac{\vec{\xi} - \vec{R}}{|\vec{\xi} - \vec{R}|})}{|\vec{\xi} - \vec{R}|^2}, \quad (3.6)$$

где $\tilde{C}$ – некоторая константа, символ $\delta(\dots)$ обозначает дельта – функцию, а вектора $\vec{\xi}$, $\vec{R}$, $\vec{n}$ и $\vec{r}$ изображены на рис. 2.2.

Функция распределения излучения для случая протяжённого источника:

$$u(\vec{R}, \vec{n}) = \int_{\partial \tilde{G}} \frac{\delta(\vec{n} + \frac{\vec{\xi} - \vec{R}}{|\vec{\xi} - \vec{R}|})}{|\vec{\xi} - \vec{R}|^2} \tilde{g}(\vec{\xi}) d\vec{\xi}, \quad (3.7)$$

где $\tilde{g}(\vec{\xi})$ – функция, описывающая излучательную способность поверхности, а предел интегрирования $\partial \tilde{G}$ – зона прямой видимости точки 2 на рис. 3.3.

Свёртка функции распределения по $\vec{n}$ дает:

$$\varphi(\vec{R}) = \int_{\partial \tilde{G}} \tilde{g}(\vec{r}) \frac{1}{r^2} d\vec{r}. \quad (3.8)$$

После перехода в систему сферических координат с полюсом в точке $\vec{R}$, соотношение (3.8) принимает вид:

$$\varphi(\vec{R}) = \int f(\psi, \theta) \sin(\theta) \frac{d\psi d\theta}{4\pi}, \quad (3.9)$$

где интегрирование проводится по всему телесному углу.

Функции f и φ определены с точностью до постоянного множителя. Выберем эту константу так, чтобы при переоблучении пробной малой сферической абсолютно черной частицы с некоторым абсолютно черным телом с температурой T , отношение поглощаемой пробной частицей тепловой мощности к площади её поверхности составляло

$$Q/S = \sigma T^4 \varphi(\vec{R}), \quad (3.10)$$

где Q – энергия излучения, падающего на пробное тело, S – его площадь.

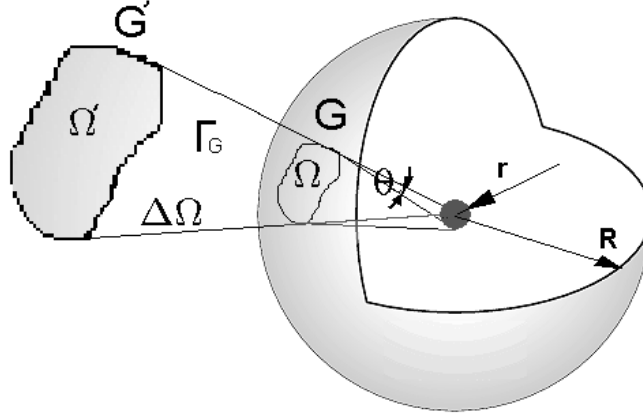


Рисунок 3.3. Пробная частица в полости. На границе полости выделена область G .

$\Gamma_{G'}$ - область, состоящая из множества точек, принадлежащих траекториям граничных точек области G при её преобразовании в G' .

Исследовалась устойчивость функций f и φ при малом изменении $\tilde{g}(\vec{\xi})$ и $\partial \tilde{G}$. Пусть пробная частица находится в центре сферической полости с абсолютно черными стенками, нагретыми до температуры T в термодинамическом равновесии со стенкой. Выделялась область G на стенке, видимая из центра полости под телесным углом Ω_G . Тогда, в силу сферической симметрии задачи, $\varphi = \frac{\Omega_G}{4\pi}$. Область G «вырезалась» и удалялась от центра сферы. При этом область растягивалась некоторым образом так, что точки этой трансформируемой поверхности в сферической системе координат с полюсом в центре сферы сохраняли свои угловые координаты (см. рис. 3.4). Получившаяся новая область G' , и область, состоящая из множества точек, принадлежащих траекториям граничных точек перемещаемой области $\Gamma_{G'}$, удовлетворяют следующим равенствам: $\varphi_G = \varphi_{G'} + \varphi_{\Gamma_{G'}}$. Из рис. 6.4 видно, что $\varphi_{\Gamma_{G'}} \approx \frac{\Omega_{\Gamma_{G'}}}{4\pi} \sim \frac{\Omega_G}{4\pi} (1 - \cos(\vartheta)) \sim \varphi_G \frac{(dr)^2}{R^2}$, где dr - радиус пробного тела, R – радиус полости, $\Omega_{\Gamma_{G'}}$ - максимальный телесный угол, под которым видно $\Gamma_{G'}$ с

поверхности пробного тела, ϑ - характерный размер угла, под которым видно пробное тело из точек, принадлежащих границе области G . Последнее соотношение можно переписать в виде $\frac{\Delta\varphi}{\varphi} \sim \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \sim \frac{dr\,dl}{2R^2}$, где dl – характерный размер области G , $\Delta\Omega = \widetilde{\Omega}_G - \widetilde{\Omega}_{G'}$, знак волны означает, что телесные углы измеряются из точки, принадлежащей пробному телу, из которой G видно под максимальным телесным углом. Относительное изменение φ при деформациях составит $\sim \frac{(dr)^2}{R^2}$. Этот вывод получен без предположений о форме и размере G и, поэтому, вывод об устойчивости функции φ может быть перенесён на функцию f . Таким образом, при достаточно больших значениях R , функция распределения коэффициента излучения структурно устойчива.

3.3 Физический смысл функции распределения коэффициента излучения

Использование изложенной выше методики для исследования переоблучения капель в КХИ дает следующую величину мощности излучения, падающего на поверхности частицы:

$$Q = (4\pi\sigma T^4 r^2)\varphi(\vec{R}). \quad (2.11)$$

В работе решалась задача установления профиля температуры в дисперсном потоке произвольной оптической толщины при наличии внешнего излучения. Использовалась модель структурированного капельного потока.

В капельной пелене выделялось несколько групп частиц (элементов структуры) так, что капли, оказавшиеся в одной группе, имели одинаковые условия переоблучения с капельным потоком (в смысле равенства угловых коэффициентов излучения).

В качестве структурных элементов выбирались капельные слои (капельные плоскости). Предполагалось, что генератор капель производит капли параллельными слоями так, что центры масс частиц, принадлежащих к одному слою, находятся в

одной плоскости и образуют прямоугольную решётку (рис. 3.4). Считалось, что амплитуда отклонений капель от центров решётки много меньше расстояния между соседними капельными слоями.

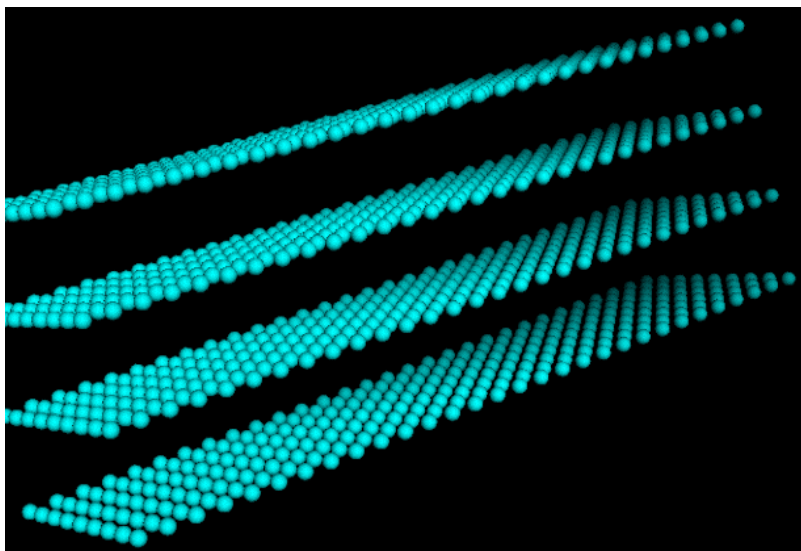


Рисунок 3.4. Структурированный капельный поток, состоящий из четырёх капельных слоёв.

В работе использовалась предположение, что толщина капельного потока много меньше его длины и ширины. Тогда, с точностью до незначительных краевых эффектов, поле температуры в каждой из капельных плоскостей описывается одномерной функцией, аргумент которой – продольная координата (направлена параллельно скорости частиц).

Описание переоблучения структурных элементов капельного потока производилось с помощью понятия функции распределения коэффициента излучения, - обобщение понятия углового коэффициента излучения. Обобщение производится следующим образом. Рассматривалась капля и расположенная на расстоянии h от неё неограниченная капельная плоскость (рис. 3.5). На капельной плоскости вводилась двумерная прямоугольная система координат $\{X, Y\}$ так, что

положение капль описывается двумя числами (x, y) . Считалось, что существует функция распределения коэффициента излучения между капельной плоскостью и каплей F . Функция F определялась по аналогии с функцией распределения случайной величины.

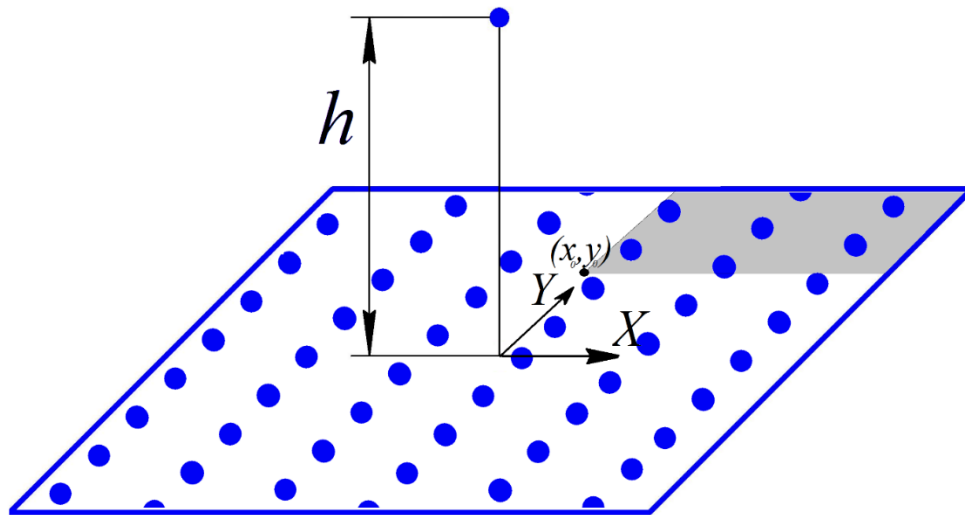


Рисунок 3.5. Капельная плоскость и расположенная на высоте h над ней капля.

Закрашенный сегмент плоскости удовлетворяет условиям: $x > x_0$ и $y > y_0$.

Символом $\varphi(x_0, y_0)$ обозначен коэффициент переоблучения рассматриваемой капли с сегментом капельной плоскости, удовлетворяющим двум неравенствам: $x > x_0$ и $y > y_0$ (на рис. 3.5 эта область закрашена). Тогда $F(x, y) = \varphi(x, y)$.

Функция распределения коэффициента переоблучения в работе изучалась в двух системах координат. В сферической системе координат, центр которой помещён в центр облучаемой капли, а ось перпендикулярна капельной плоскости. А также в прямоугольной системе координат, одна из осей которой направлена параллельно скорости капельного потока, а вторая лежит на поверхности капельной плоскости. Вторая смешанная производную функции распределения коэффициента излучения

$f = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x, y)$ равна плотности распределения коэффициента излучения, определяемая с помощью соотношения (3.9).

3.4 Методика расчёта функции распределения коэффициента излучения

Расчет углового коэффициента переоблучения некоторого тела площади S , на поверхности которого введена параметризация s , с другим телом, может быть проведен с помощью следующего соотношения [101]:

$$\varphi_T = \frac{1}{S} \int \left(\int_{\theta > 0} \int \frac{1}{4\pi} f(\theta, \psi, s) \sin \theta d\psi d\theta \right) ds, \quad (3.12)$$

где $f(s)$ – плотность функции распределения коэффициента переоблучения, рассчитанная в точке исследуемого тела с координатой s .

При численном расчете считалось, что f имеет дискретную область определения и может быть равна только единице (соответствует направлению, в котором из точки видна поверхность тела, с которым происходит переоблучение), либо нулю. Рассматривались случаи, когда исследуемое тело переоблучается с двумя другими телами: i – тым и j – тым. Считалось, что переоблучение только с i – тым телом описывается функцией плотности распределения $f_i(\theta, \psi, s)$, а с j – тым – $f_j(\theta, \psi, s)$. А переоблучение одновременно и с i – тым и с j – тым телами – функцией $f_k(\theta, \psi)$. В силу выбора области значений f :

$$f_k(\theta, \psi) \neq f_i(\theta, \psi) + f_j(\theta, \psi). \quad (3.13)$$

Однако, выполняется следующее равенство:

$$f_k(\theta, \psi) = \left[\frac{f_i(\theta, \psi) + f_j(\theta, \psi)}{1} \right], \quad (3.14)$$

где квадратные скобки обозначают остаток от деления на единицу. Последнее соотношение позволяет построить методику расчета f .

При вычислении функции распределения использовалось свойство взаимности коэффициентов излучения: проводился расчет того, как капля облучает капельную плоскость, а затем полученные значения коэффициентов излучения пересчитываются для процесса облучения капельной плоскостью капли.

Расчет плотности распределения коэффициента излучения капельной плоскости проводился в сферической системе координат. При малых расстояниях между каплей и капельной плоскостью использовалась «пиксельная» модели плотности распределения. При этом пространство разбивалось на множество малых фазовых объёмов. Значение плотности распределения в каждом из таких объёмов полагалось равной нулю либо единице. Оценка погрешности вычислений производилась путём уменьшения мелкости разбиения. Исследование переоблучения капельной плоскости с каплей, находящейся на значительном удалении от неё, производилось сеточным методом расчёта плотности распределения коэффициента излучения. На область определения функции накладывалась сетка. Пиксельным методом проводится расчёт плотности в окрестностях узлов; на остальную часть пространства производилась аппроксимация. Расчёты показали, что использование сеточного метода оправдано, с точки зрения использования машинного времени, при расстоянии между каплей и капельной плоскостью > 15 радиусов капли.

Для отработки программ, а также для исследования качественных закономерностей процесса переоблучения частиц, использовался ряд аналитических моделей функции распределения коэффициента излучения. Среди них: двузонная модель, статистическая модель и метод расчёта функции распределения, основанный на редукции размерности задачи.

Расчёт функции распределения коэффициента излучения капельной плоскости занимает достаточно большое время. Поэтому была создана база данных функций плотностей распределения. В ней содержатся плотности, рассчитанные для разных упаковок капель в капельной плоскости при разных расстояниях между каплей и капельной плоскостью.

Для исследования функции распределения коэффициента излучения нескольких капельных слоев использовалось предположение об отсутствии корреляции в распределении меры функции распределения коэффициента излучения в различных капельных слоях. Гипотеза стохастичности обосновывается тем, что в реальности частицы случайным образом отклоняются от узлов прямоугольной решетки, задающей их положение в капельном слое, а также независимостью положения отдельных частиц в различных слоях и, кроме того, нелинейностью перехода от декартовых координат к сферическим. Тестовые расчеты показали, что гипотеза стохастичности дает достаточную для практических приложений точность в случае, когда расстояние между соседними капельными слоями превышает десять радиусов капель.

В случае, когда капля переоблучается с n бесконечными взаимно-параллельными капельными плоскостями, расположенными на достаточно большом расстоянии друг от друга, расчет функции распределения проводился следующим методом. Выбиралась сферическая система координат такая, что ее центр совпадал с исследуемой каплей, ось, от которой отсчитывается угол θ - была нормалью к капельным плоскостям, проходящая через центр исследуемой капли, направление, от которого отсчитывается угол ψ - произвольное (в силу симметрии задачи). Тогда элемент фазового пространства $d\theta d\psi$ даёт вклад $d\varphi_1 = \frac{\sin(\theta)}{4\pi} d\theta d\psi f(\theta, \psi)$ в полный коэффициент излучения с одной плоскостью. Если плоскости две, а не одна, то, с учётом стохастичности распределения мер коэффициентов излучения, выполняется равенство: $d\varphi_2 = \frac{d\theta d\psi \sin(\theta)}{4\pi} (f(\theta, \psi) + (1 - f(\theta, \psi)))$. А для n плоскостей:

$$d\varphi_n = \frac{\sin(\theta)}{4\pi} d\theta d\psi (1 - (1 - f(\theta, \psi))^n), \quad (3.15)$$

Где f - функция распределения коэффициента переоблучения с одной плоскостью.

3.5 Расчет плотности функции распределения коэффициента излучения капельного слоя

Численный расчёт. Написаны и зарегистрированы программы, позволяющие рассчитывать коэффициенты излучения различных частей капельной пелены [102, 103, 104]. Приведём некоторые результаты, полученные с их помощью.

Исследованы угловые коэффициенты излучения капель, расположенных в одном капельном слое. Расположение капель в капельной плоскости задавалось следующим образом. Считалось, что расстояние между каплями в одной капельной струйке постоянно и равно βr , а между соседними капельными струйками – γr . В первом расчете считалось, что $\beta = 4.76$. На рис. 3.7 изображён график зависимости коэффициента переоблучения капли с каплями «своей» плоскостью капельной пелены от величины γ .

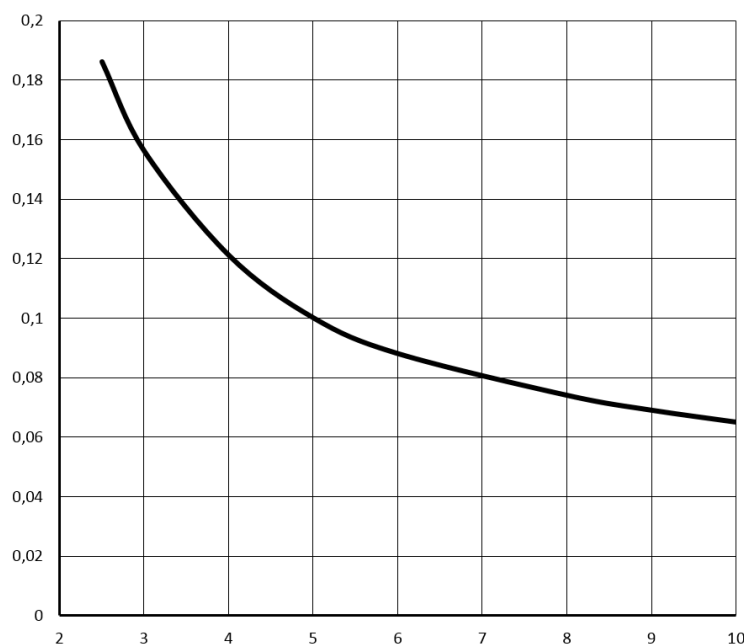


Рисунок 3.7. Зависимость коэффициента излучения капли с частицами «своей» капельной плоскости от безразмерного расстояния между капельными струями γ .

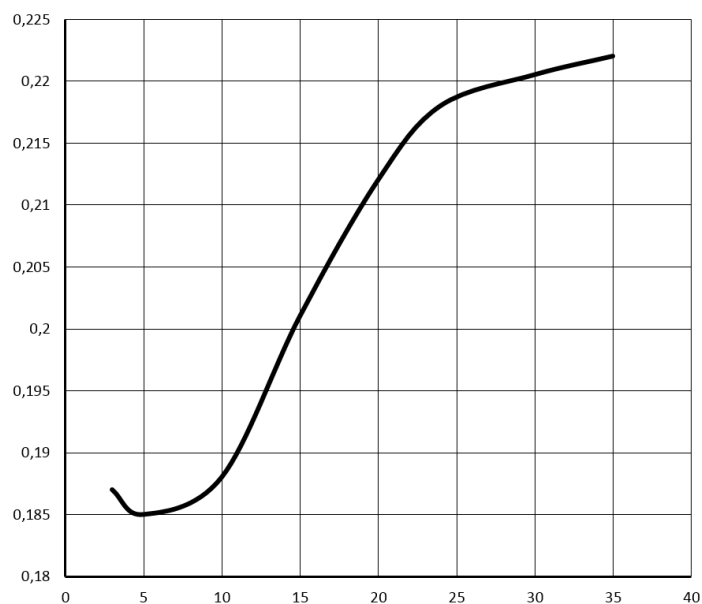


Рисунок 3.8. Зависимость излучения капли и бесконечной капельной плоскости от расстояния между ними. Упаковка капель в плоскости квадратная.

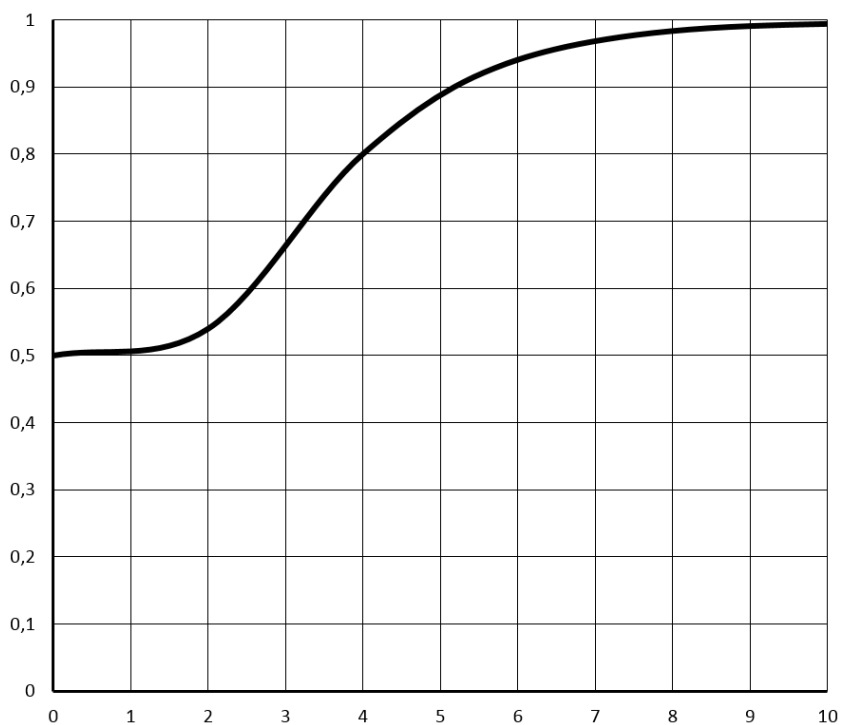


Рисунок 3.9. Зависимость коэффициента излучения капли и полубесконечной капельной плоскости от расстояния до края полуплоскости, $\beta=\gamma=4,76$. Расстояние на графике отложено в единицах h .

Исследована зависимость коэффициента излучения капли и бесконечной капельной плоскости от расстояния между ними. Показано, что эта зависимость не монотонная, что объясняется тем, что при изменении расстояния между каплей и капельной плоскостью меняется количество капель, находящихся в области быстрого изменения значения коэффициента излучения. На рис. 3.8 представлен график зависимости коэффициента излучения капельной плоскости и капли от расстояний между ними.

На рис. 3.9 представлены результаты расчёта переоблучения капли с полубесконечной капельной плоскостью. Из рисунка видно, что подавляющий вклад в переоблучение капли и капельной плоскости дают капли, расположенные в сфере радиусом $\approx 10h$.

На рис. 3.10 изображена функция распределения коэффициента излучения капельной плоскости при следующих значениях параметров: $\beta=\gamma=4,76$, $h = 20$. В закрашенных областях значение функции равно единице, в не закрашенных – нулю. На рис. 3.11 изображена функция распределения коэффициента излучения капли с каплями «своей» капельной плоскости.

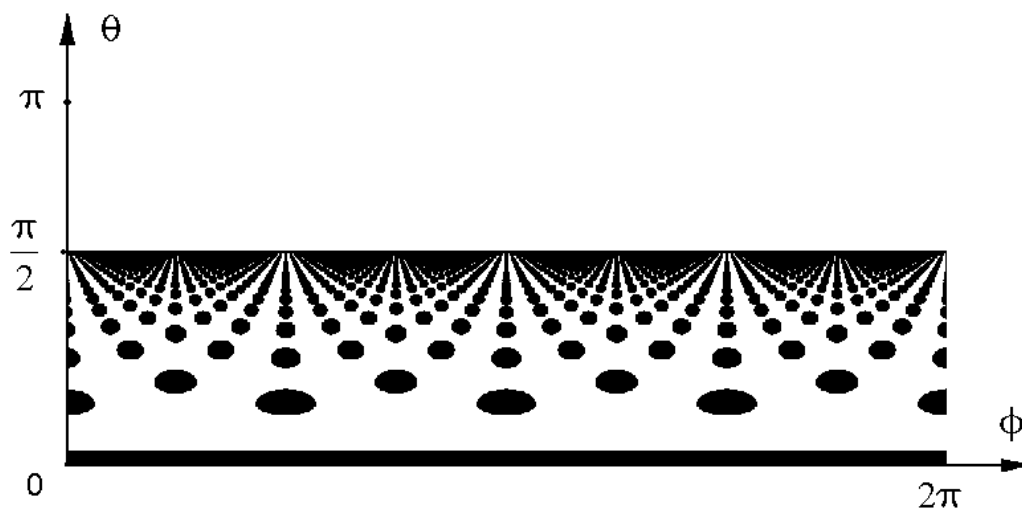


Рисунок 3.10. Результат расчета f при $\beta=\gamma=4,76$, $h = 20$. В закрашенных областях $f=1$, в не закрашенных $f=0$.

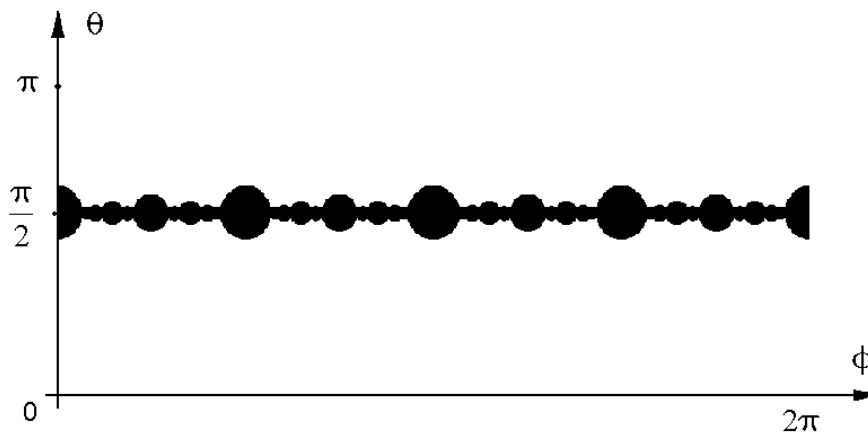


Рисунок 3.11. Результат расчета f при $\beta=\gamma=4,76$, $h = 0$. В закрашенных областях $f=1$, в не закрашенных $f=0$.

Сеточный метод расчета. На пространство $\theta \times \psi$ накладывалась сетка. В узлах этой сетки вычислялось осреднённое значение плотности функции распределения. При этом осреднение производилось по специально выбираемому для каждой точки элементу фазового объёма. Затем проводилась интерполяция осреднённой функции по всему пространству $\theta \times \psi$.

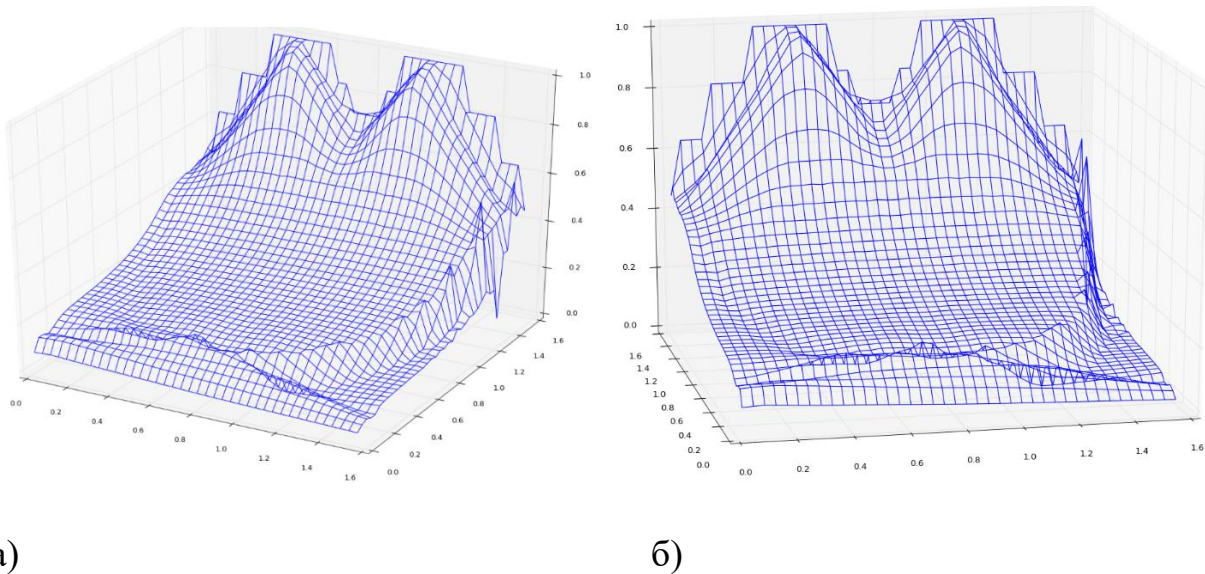


Рисунок 3.12. Элемент $\psi \in [0; \pi/2]$ функции распределения коэффициента переоблучения капельной плоскости в двух проекциях: $h = 15, \beta = \gamma = 4,76$.

На рис. 3.12 изображены результаты одного из расчетов функции распределения. Преимущество данного метода расчёта - значительное сокращение объёма вычислений. Недостаток – невозможность вычисления функции распределения при малых расстояниях между каплями.

Двухзонная модель функции распределения основана на разделении области определения f на две части: в первой (зона 1) предполагается отсутствие затенения, во второй (зона 2) затенение капель предполагается столь сильным, что $f = 1$. При квадратной упаковке капель ($\beta=\gamma= 4,76$) зона 1 имеет сложную форму, близкую к окружности радиуса $R = \frac{1}{2}\beta h$. Пренебрежём её отличием от окружности. Тогда вклад

первой зоны в переоблучение: $\varphi_1 = \frac{1}{2\sqrt{1+\frac{\beta^2}{4}}}$, второй - $\varphi_2 = \pi \frac{\ln\left(1+\frac{\beta^2}{4}\right)}{4\beta^2}$. Учет

переоблучения частицы с каплями «своего» капельного слоя производится с помощью данных, представленных на рис. 3.7.

Статистический метод расчёта функции распределения коэффициента излучения капельной плоскости использует предположение об асимптотически большом значении параметра h . В этом случае в переоблучении участвует значительное число капель, благодаря чему можно использовать статистические методы. Исследовались центральные проекции капель на плоскость, проходящую через центры капель, составляющие капельную плоскость. Центром проекции является центр переоблучающейся с капельной плоскостью капли. Проекция капель – эллипсы; их пересечение описывает процесс затенения частиц. С учетом возможных случаев затенения капель, получается зависимость:

$$f = \begin{cases} \text{если } \frac{\beta \sin(\psi)}{2} \geq 1, \text{ то } \begin{cases} \frac{\pi}{2\beta\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right), & \text{если } \frac{\pi}{2\beta\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right) < 1 \\ 1, & \text{если } \frac{\pi}{2\beta\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right) \geq 1 \end{cases} \\ \text{если } \frac{\beta \sin(\psi)}{2} < 1, \text{ то } \begin{cases} \frac{\sin(\psi)}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right), & \text{если } \frac{\sin(\psi)}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right) < 1 \\ 1, & \text{если } \frac{\sin(\psi)}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{\sin(\theta)}\right) \geq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (3.16)$$

При статистическом моделировании рассчитанные значения функции распределения коэффициента излучения оказываются меньше истинного значения. Ошибка объясняется использованием предположения о том, что в каждом акте затенения участвуют только две капли. Статистический метод расчёта функции распределения коэффициента излучения наиболее эффективен для расчёта переоблучения капель в дисперсной системе с разреженной упаковкой частиц. Кроме того, в нем не используется предположение о сферичности капель, - использовался лишь величина миделя частиц в дисперсной системе. Статистический метод расчёта функции распределения коэффициента излучения устойчив по отношению к малым деформациям капельной пелены.

Метод расчёта функции распределения коэффициента излучения капельной плоскости, основанный на редукции размерности задачи использует предположение об асимптотически большом значении параметра h . Использование статистических методов направлено не на процесс затенения одной капли другой, а на взаимодействие капельной плоскости как целого с направленным потоком излучения. Метод является синтезом статистического метода расчёта функции распределения коэффициента излучения и двузонной модели функции распределения коэффициента излучения. При этом в зоне 1 используются методы статистического расчёта функции распределения, в зоне 2 – методы двузонной модели.

В методе расчёта функции распределения с помощью редукции размерности задачи вычисляется не функция распределения, а её свёртка по координате ψ , - индикатриса излучения капельной плоскости. При этом капельная плоскость моделируется системой одинаковых параллельных бесконечных цилиндров (рис. 3.13), расположенных на одинаковых расстояниях l друг от друга, оси которых расположены в одной плоскости. В итоге задача сводится к вычислению расстояния между цилиндрами l :

$$l = l(\beta, \gamma) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\pi/2} l(\beta, \gamma, \psi). \quad (3.17)$$

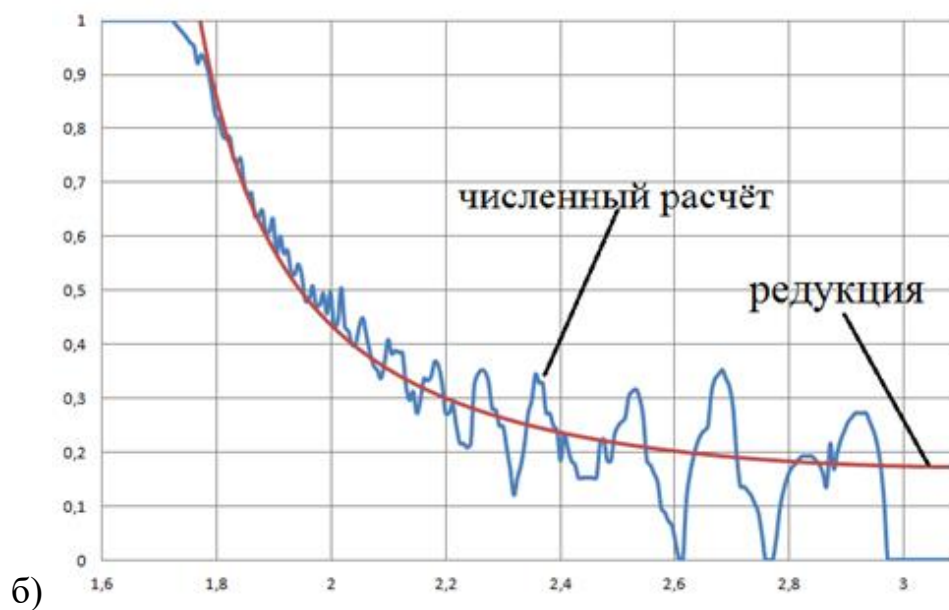
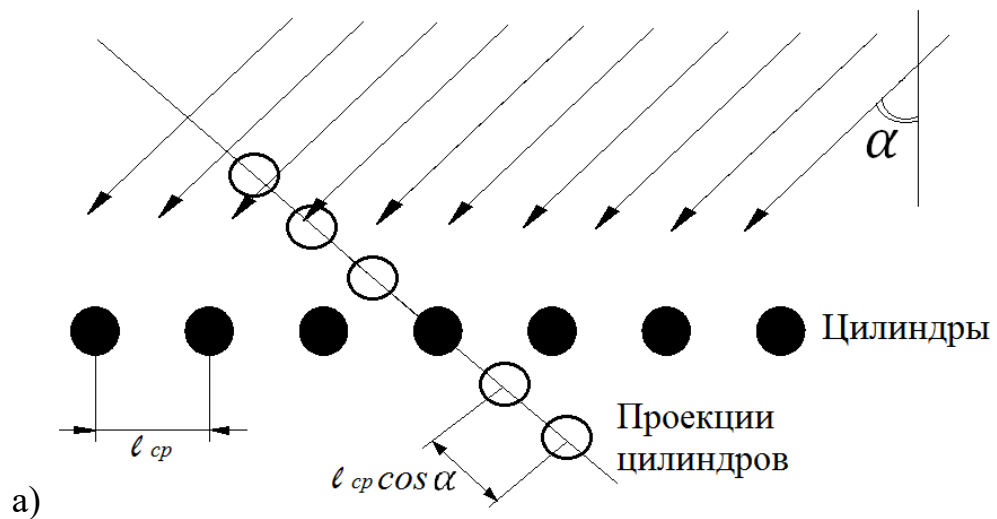


Рисунок 3.13. а) Схема редукции. б) Индикатрисы излучения для капельной плоскости, одна из которых получена численно, а другая рассчитана с использованием предложенного метода.

Зависимость l экстраполируется следующим образом. За начало отсчёта ψ выбирается направление, по которому расстояние между каплями равно β . Тогда $l(\beta, \gamma, 0) = \beta$, $l(\beta, \gamma, \frac{\pi}{2}) = \gamma$, а $l(\beta, \gamma, \text{atan}(\frac{\gamma}{\beta})) = \sqrt{\gamma^2 + \beta^2}$. Кроме того, в точках $l(\beta, \gamma, 0)$ и $l(\beta, \gamma, \frac{\pi}{2})$ функция $l(\beta, \gamma, \psi)$ имеет минимум, а в точке $l(\beta, \gamma, \text{atan}(\frac{\gamma}{\beta}))$ – максимум. На основе этого рассчитывается l с помощью разложения в ряд Тейлора.

На рисунке 3.13 приведены две индикатрисы излучения для капельной плоскости, одна из которых получена численно, а другая рассчитана с использованием предложенного метода.

Численный метод расчёта функции распределения наиболее прост, при его использовании отсутствует необходимость введения дополнительных предположений. Его главные недостатки - значительное время расчётов и незамкнутость модели: пользуясь только методом численного расчёта нельзя достоверно определить устойчивость происходящих в системе процессов по отношению к тем, или иным возмущениям. Использование для вычисления функции распределения коэффициента излучения ряда дополнительных предположений позволяет решить задачу аналитически. При этом нет необходимости привлечения значительных вычислительных мощностей, появляется возможность определения устойчивости происходящих в системе процессов по отношению к тем, или иным возмущениям. Недостаток – не замкнутость модели: нельзя достоверно определить, какую систематическую погрешность вносит использование дополнительных предположений. Устранить недостатки используемых подходов возможно используя их совместно.

3.6 Уравнения остывания дисперсного потока

Рассматривается структурированный капельный поток, состоящий из нескольких элементов структуры – параллельных тонких капельных слоёв (рис. 3.4). Расстояние между элементами структуры считается значительно превышающим толщину слоя, а все капли в потоке – одинаковыми. Для идентификации частиц используется индекс i . С учётом взаимного переоблучения капель, уравнение остывания частиц записывается в виде

$$mc \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + v \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) = -4\pi r^2 \varepsilon(r, T) \sigma T_i^4(t, x) + Q_{i\Sigma}(t, x) + P_{\odot i}, \quad (3.18)$$

где T_i – температура i – той капли, $P_{\odot i}$ – мощность подогрева капли внешним излучением. Слагаемое $Q_{i\Sigma}$ характеризует радиационное взаимодействие капли с другими частицами потока. В уравнении (3.18) не учитывается малое изменение температуры по объёму капли.

В структурированном капельном потоке условия остывания частиц в каждом из слоёв одинаковы. В работе исследуется процесс охлаждения капельных слоёв, поэтому считается, что индекс i определяет номер элемента структуры (рис. 3.14), а переоблучение капли с пеленой описывается зависимостью

$$Q_{i\Sigma}(t, x) = \varepsilon \sum_{j=1}^N \int_{-x}^{l-x} f_{i,j}(\tilde{x}) T_i^4(t, x + \tilde{x}) d\tilde{x}, \quad (3.19)$$

где $f_{i,j}$ – плотность функции распределения коэффициента излучения между капельными слоями с номерами i и j . Физический смысл интеграла – суммирование энергии переоблучения всех капель пелены с исследуемой каплей.

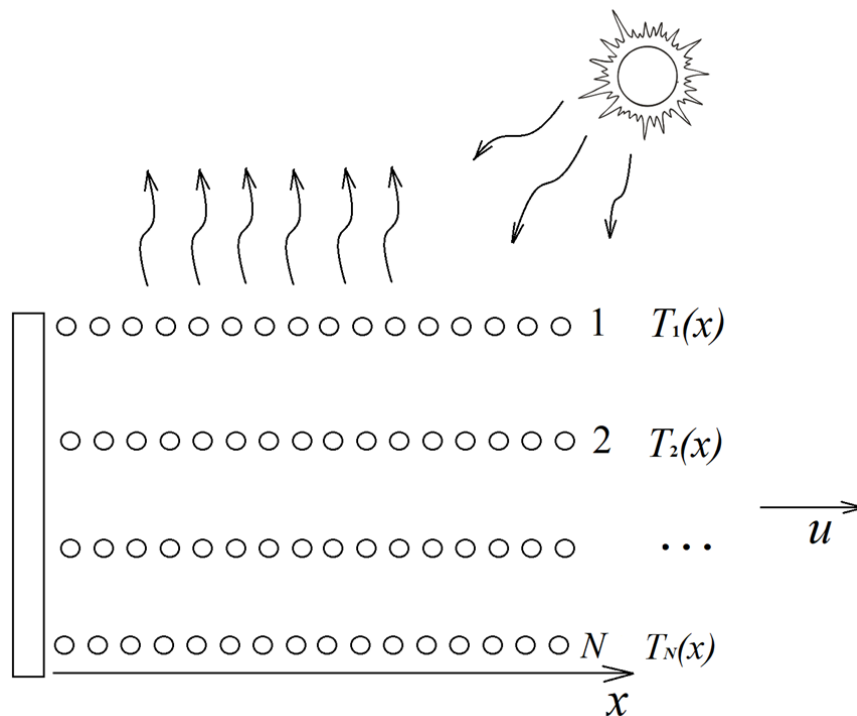


Рисунок 3.14. Остывание структурированного капельного потока.

Поскольку расстояние между капельными слоями существенно больше их толщины, предполагается что для функции распределения коэффициента излучения выполняется равенство:

$$f_{x,i,j}(\tilde{x}) = f_{|i-j|}(\tilde{x}). \quad (3.20)$$

С учётом этого соотношения, динамическая система уравнений (3.18) записывается в виде:

$$\frac{1}{\alpha u} \partial_t T_i + \frac{1}{\alpha} \partial_x T_i = -T_i^4 + \varepsilon \sum_{j=1}^N \int_{-x}^{l-x} T_j^4(\tilde{x} + x) f_{|i-j|}(\tilde{x}) d\tilde{x} + \frac{P_{\odot i}}{mcu}. \quad (3.21)$$

Интегро – дифференциальная система уравнений (3.21) может быть представлена в виде системы с запаздыванием. Вводится величина запаздывания $\Delta x_{i,j}$, определяемая соотношением:

$$\varphi_{|i-j|} T_i^4(x - \Delta x_{i,j}) = \int_{-x}^{l-x} T_i^4(\tilde{x} + x) f_{|i-j|}(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad (3.22)$$

где $\varphi_{|i-j|} = \int_0^l f_{|i-j|}(\tilde{x}) d\tilde{x}$. С точностью до малой величины третьей производной температуры по координате, величина запаздывания равна:

$$\Delta x_{i,j}(t, x) = -\frac{1}{\partial_x T_j} (T_j \partial_x T_j + 3(\partial_x T_j)^2) \int_{-l/2}^{l/2} f_{|i-j|}(\tilde{x}) \tilde{x}^2 d\tilde{x}. \quad (3.23)$$

Рассматриваются установившиеся во времени решения уравнения (3.21). Динамическая система решается на семействе характеристик $x' = ut - x = const$. Для компактности записи опускается штрих у величины x' . Уравнения остывания потока записываются в виде:

$$\frac{dT_i}{dx} = -\alpha T_i^4(x) + \varepsilon \alpha \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} T_j^4(x - \Delta x_{|i-j|}) + \frac{\alpha P_{\odot i}}{mcu}. \quad (3.24)$$

Начальное условие для этой системы уравнений – поле температуры в капельном потоке в некоторый момент времени.

3.7 Аналитические методы приближенного решения уравнений остывания дисперсного потока

С помощью модели структурных элементов дисперсной среды и метода функции распределения коэффициента излучения, задача теплового расчёта капельного потока сводится к системе одномерных интегро-дифференциальных уравнений. Причём количество уравнений в системе равно количеству структурных элементов в капельном потоке. Решение полученной системы представляет собой сложную математическую задачу. Для численного решения системы необходимо привлечение значительных вычислительных ресурсов. Так, модельная задача остывания потока капель, распространяющихся в семи капельных слоях в параллелепипеде размерами 5 м, 1 м, 0,1 м, занимает несколько часов. В работе предложен ряд методов приближённого решения этой системы интегро-дифференциальных уравнений.

Вводится обозначение: $\varphi_y = \sum_{i=1}^N \varphi_{|i-y|}$. В случае, когда внешнее излучение отсутствует, а $\Delta x_{|i-j|} \equiv 0$, первое приближение решения системы (3.24) имеет вид:

$$T_y(x) = T_0(3\alpha T_0^3 x(1 - \varepsilon \varphi_y) + 1)^{-1/3}. \quad (3.25)$$

Для того, чтоб получить приближения решения высших порядков, решение задачи представляется в виде:

$$T_y(x) = T_0(3\alpha T_0^3 x(1 - q_y(x)) + 1)^{-1/3}, \quad (3.26)$$

где $q_y(x)$ – некоторая неизвестная функция. Подстановка соотношения (3.26) в систему уравнений (3.18) даёт:

$$q_y(x) = \int_0^l \Theta(x-p) \frac{q_y(x)}{\alpha T_y^4(p)} dp, \quad (3.27)$$

где $\Theta(x)$ – функция Хевисайда. Функция $q_y(x)$ представляется в виде степенного ряда:

$$q(x) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \left(\frac{x}{l}\right)^i,$$

где C_i – коэффициенты разложения. Подстановка последнего соотношения в (3.27) даёт:

$$C_m = \frac{1}{m!} \frac{d^{m-1}}{dp^{m-1}} \left(\frac{Q_y(p)}{\alpha T^4(p)} \right) \Big|_{p=0}.$$

С учётом этого соотношения, зависимость (3.26) принимает вид:

$$T(x) = T_0 \left(3\alpha x T_0^3 \left(1 - \sum_{i=0}^{\infty} C_i \left(\frac{x}{l}\right)^i \right) + 1 \right)^{-1/3}. \quad (3.28)$$

Погрешность, вызванная обрывом ряда на n – том члене разложения, может быть оценена с помощью соотношения:

$$|\Delta T(l)| \approx \alpha T^4(l) |C_{n+1}|. \quad (3.29)$$

В случае, если скорость остывания частиц мала, возможно получить более точное аналитическое выражение для описания поля температуры. Расчёт остывания потока проводится в предположении, что поле температуры – функция двух переменных: $T = T(x, y)$. Уравнение остывания:

$$\frac{dT(x, y)}{dx} + \alpha T^4(x, y) = \varepsilon \alpha \int \rho(x - q, y - p) T^4(q, p) dq dp. \quad (3.30)$$

Решение этого уравнения представляется в виде:

$$T(x, y) = T_0 (3\alpha T_0^3 (x - g(x, y)) + 1)^{-1/3}, \quad (3.31)$$

где $g(x, y)$ – некоторая неизвестная функция. Уравнение для расчёта этой функции имеет вид:

$$\frac{dg(x)}{dy} = \frac{\alpha \varepsilon}{T^4(x, y)} \int \rho(x - q, y - p) T^4(q, p) dq dp. \quad (3.32)$$

Последнее соотношение раскладывается в ряд по скорости остывания потока, описываемой величиной αT_0^3 . В первом порядке разложения:

$$\frac{T^4(q,p)}{T^4(x,y)} = 1 + 4\alpha T_0^3((x-q) + (g(p,q) - g(x,y))) + O((\alpha T_0^3)^2),$$

где O – «о-большое». С учётом этого соотношения, (3.32) можно переписать в виде:

$$T(x) = T_0(3\alpha T_0^3(1 - \alpha \varepsilon \varphi_y - 4\alpha^2 \varepsilon T_0^3 \chi(y)) + 1)^{-1/3}, \quad (3.33)$$

где $\chi(y) = \int f(q, y-p) (l-q + \alpha \varepsilon (q\varphi(p) - l\varphi(y))) dq dp$.

Эти соотношения в общем виде описывают поле температуры в медленно остывающем капельном потоке.

Дополнительно использовался метод последовательных приближений. При этом, во выражение для конечной температуры капель во втором приближении имело вид:

$$T_y(x=l) = T_0(1 + \sigma_y T_0^3)^{-1/3}, \quad (3.34)$$

где: $\sigma_y = 3\alpha l \left(1 - \varepsilon \sum_{i=1}^N \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\gamma_y - \gamma_i}{\gamma_y \gamma_i} T_0^3 l\right) \varphi_{|i-y|}\right)$, а $\frac{1}{\gamma_i} = 3\alpha(1 - \varepsilon \varphi_i)$.

Проводился расчет погрешности, возникающей при определении поля температуры с помощью полученных приближенных аналитических выражений. Рассматривался КХИ со следующими параметрами: длина пролёта капель - 20 метров, разница температур рабочего тела на входе и выходе холодильника - 50 К. Для такого капельного потока, по порядку величины, первая и вторая производные температуры по координате составят

$$\left| \frac{dT(x)}{dx} \right| \simeq 3 \text{ К/м},$$

$$\left| \frac{d^2T(x)}{dx^2} \right| \simeq 10^{-1} \text{ К/м}^2.$$

Тогда погрешность приближённых решений ограничивается величиной:

$$|\Delta T| \sim 4 \frac{3\varepsilon\sigma}{r_{иср}} \varepsilon \varphi T_0^3 \Delta T_0 x, \quad (3.35)$$

где ΔT_0 – характерная величина разницы температуры в ядре потока и на его периферии. Для КХИ, обладающего приведёнными выше параметрами при $T < 400\text{K}$, характерная величина ошибки $\Delta T(l)$ не превышает

$$|\Delta T(l)| \leq 0.01 \Delta T_0 l \sim 2 \text{ K}. \quad (3.36)$$

Таким образом, полученные соотношения могут быть использованы для проведения инженерных расчетов.

3.8 Взаимодействие капель с солнечным излучением

Решалась задача остывания капель, взаимодействующих с Солнцем. Проводилось преобразование переменных: $\tilde{x} = x/l$. Уравнение остывания принимает вид:

$$\frac{dT(\tilde{x})}{d\tilde{x}} = -\frac{3\varepsilon\sigma}{r_{uc}\tilde{\rho}} T^4(\tilde{x}) + \frac{3\varepsilon\sigma}{r_{uc}\tilde{\rho}} \left(\int \rho(\tilde{x} - q) T^4(q) dq \right) + \frac{3\varepsilon_{\text{эф}} l}{4r_{uc}\tilde{\rho}} P_{\odot}, \quad (3.37)$$

где $\varepsilon_{\text{эф}}$ – эффективная степень черноты вещества капли, описывающее её взаимодействие с солнечным излучением, $P_{\odot}$ – Солнечная постоянная (поток энергии излучения), на орбите Земли составляющая $\sim 1,5 \text{ кВт/м}^2$.

Стационарная точка дифференциального уравнения (3.37):

$$\zeta^4 = \frac{\varepsilon_{\text{эф}}}{4\sigma\varepsilon(1-\varepsilon \int \rho(\tilde{x}-q)T^4(q)dq)} P_{\odot}. \quad (3.38)$$

Проводится замена переменных:

$$\tau = T/\zeta - 1, \quad (3.39)$$

$$\mu = \frac{3l}{r_{uc}\tilde{\rho}} \left(\frac{\varepsilon_{\text{эф}} P_{\odot}}{4} \right)^{3/4} \sqrt[4]{\sigma\varepsilon(1-\varepsilon \int \rho(\tilde{x}-q)T^4(q)dq)}. \quad (3.40)$$

В новых переменных уравнения задача остывания капель записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{d\tau}{d\tilde{x}} &= -\mu(\tau^4 + 4\tau^3 + 6\tau^2 + 4\tau) \\ \tau_0 = \tau(0) &= T_0/\zeta - 1 \\ \tilde{x} &\in [0; 1]\end{aligned}\quad (3.41)$$

Для низкопотенциального КХИ: $\zeta \sim 280\text{K}$, $\tau(0) \sim 0,3$, $\tau(l) \sim 0,1$, а величина $\mu \in [0,1; 0,2]$.

Для того, чтобы получить поле температуры в явном виде, использовался вариационный метод Боголюбова. Определялись области τ , в которых определяющим является один из членов дифференциального уравнения (3.41). Есть четыре таких области (см. Табл. 3.1). Практически интересная область находится в зоне преобладания членов первого и второго порядков. Для того, чтобы устранить ошибку, вызванную отбрасыванием не преобладающих членов, минимизировался функционал $\Phi(Y(\tau))$:

$$p(Y(\tau)) = \frac{6\tau^2 + 4\tau + Y(\tau)}{\tau^4 + 4\tau^3 + 6\tau^2 + 4\tau}, \quad (3.42)$$

$$\Phi(Y(\tau)) = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} [p(\tau) - 1]^2 d\tau, \quad (3.43)$$

где $Y(\tau)$ – некоторая неизвестная функция, моделирующая динамику поведения системы.

В работе функция $Y(\tau)$ представлялась в виде квадратного двучлена:

$$\frac{d\tau}{d\tilde{x}} = -\mu[a\tau^2 + b\tau], \quad (3.44)$$

где a и b – некоторые неизвестные числа.

Выбор оптимального значения a и b зависит от области определения $\tau \in [\tau_{min}; \tau_{max}]$. Функционал Φ имеет вид:

$$\Phi(a, b) = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \left(\frac{ax^2 + bx}{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x} - 1 \right)^2 d\tau. \quad (3.45)$$

Таблица 3.1. Области преобладания одного из членов уравнения (3.41).

Член уравнения.	τ^4	$4\tau^3$	$6\tau^2$	4τ
Область преобладания.	$\tau \in [4; +\infty]$	отсутствует	$\tau \in [0,25; 4]$	$\tau \in [0; 0,25]$

Таблица 3.2. Доли вкладов членов уравнения (3.41) в практически интересной области.

Член уравнения.	τ^4	$4\tau^3$	$6\tau^2$	4τ
Вклад в скорость остывания.	0,5%	7%	30%	60%

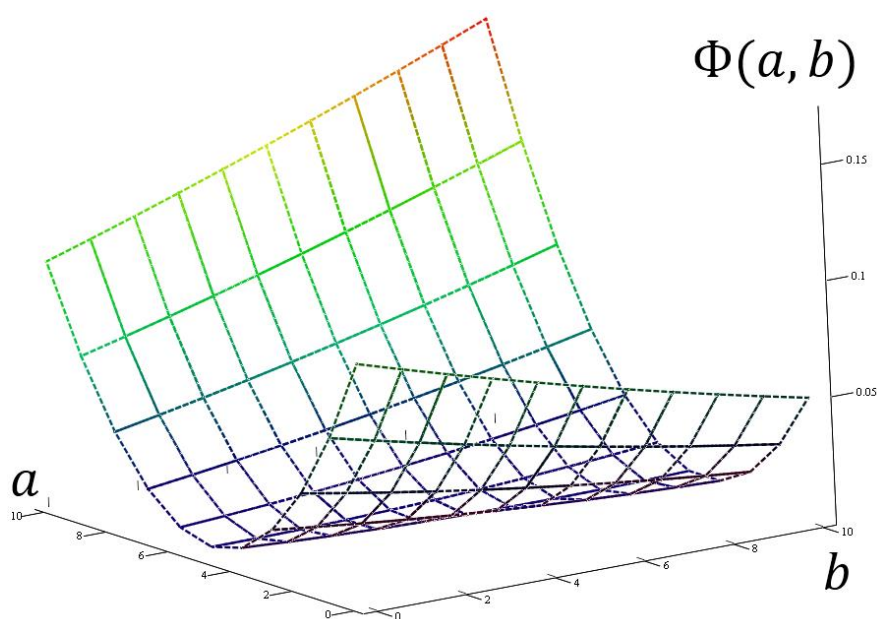


Рисунок 3.15. Зависимость $\Phi(a, b)$.

Вид зависимости $\Phi(a, b)$ изображён на рис. 3.15. Оказывается, что $\Phi > 0$ во всей области определения. Однако расчёты показывают, что на пространстве параметров

$\tau \in [0,1; 0,5]$, оптимальные значения коэффициентов a и b составляют $a = 2.7$ и $b = -0.25$. При этом $\sqrt{\Phi} \sim 0,03$, то есть погрешность решения составляет порядка 3%. А на пространстве параметров $\tau \in [0,1; 0,3]$, значениями коэффициентов a и b следует выбирать равными $a = 1,8$ и $b = -0,15$. При этом $\sqrt{\Phi} \sim 0,008$, то есть погрешность составляет менее 1%.

Решение уравнения (3.41) имеет вид:

$$\tau(x) = \frac{b \frac{\tau_0}{a\tau_0+b} e^{-\mu b \tilde{x}}}{1 - a \frac{\tau_0}{a\tau_0+b} e^{-\mu b \tilde{x}}} . \quad (3.46)$$

Последнее соотношение позволяет моделировать процесс остывания капельного потока, подверженного воздействию солнечного излучения.

3.9 Влияние многократных отражений излучения на процесс остывания капельного потока

Исследование отражений в капельной пелене проводилось с помощью модели структурированного капельного потока. Считалось, что отражение теплового излучения происходит на элементах структуры. Поверхность капельных плоскостей имеет сложную форму, и отражение теплового излучения капельной плоскостью рассматривалось аналогично отражению излучения шероховатой поверхностью. Диаграмма направленности отражённого излучения считалась изотропной. Характерная величина интегральной черноты капель перспективных рабочих тел составляет $\varepsilon \approx 0,8$. При таких значениях ε достаточную для практического использования точность даёт моделирование процессов отражений в приближении двукратных отражений. Легко убедиться, что относительная погрешность исследования переоблучений в этом случае составляет $(1 - \varepsilon)^2 \varepsilon \approx 0,03$.

Моделирование отражений проводилось следующим образом. С помощью углового коэффициента излучения капельных плоскостей i и j $\varphi_{i,j}$ рассчитывалось количество энергии, излученной i -той плоскостью, попавшей на j -тую капельную

плоскость. Считалось, что j -той капельной плоскостью при этом поглощается следующая доля излучённой i -той плоскостью энергии: $\varepsilon\phi_{i,j}$, а отражается – $(1-\varepsilon)\phi_{i,j}$ доля. В случае, когда $i < j$, считалась что отражённая радиационная энергия попадает только на плоскости с номером $n \leq j$, в противном случае – на плоскости с номерами $n \geq j$. Попав на эти капельные плоскости, излучение частично поглощается ($\varepsilon(1-\varepsilon)\phi_{i,j}\phi_{j,n}$ – та же доля энергии), частично – переотражается на другие капельные плоскости ($\varepsilon(1-\varepsilon)\phi_{i,j}\phi_{j,n}\phi_{j,k}$ – та же доля энергии для k -той капельной плоскости). Производился расчёт поглощённых и отраженных долей энергии. Затем производилось суммирование долей энергии, излучённой i -той капельной плоскостью и различными путями попавшей на j -тую капельную плоскость. В результате получалась матрица, аналогичная матрице $\phi_{i,j}$, описывающая радиационные взаимодействия разных структурных элементов капельного потока.

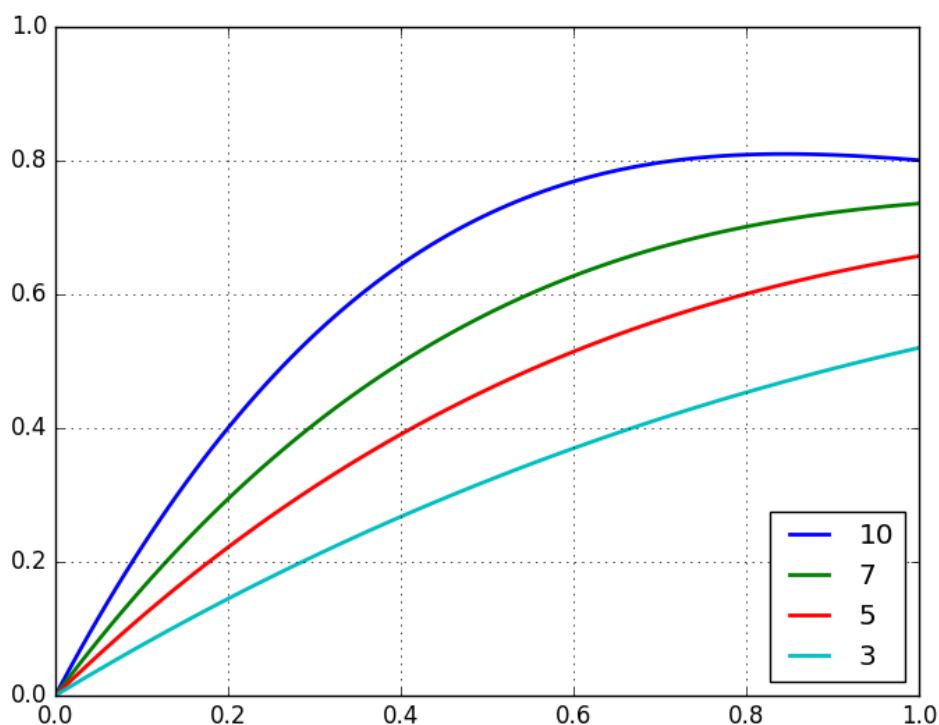


Рисунок 3.16. Зависимость излучательной способности капельного потока от интегральной степени черноты рабочего тела ε . Цветом и цифрами обозначены структуры, состоящие из 3, 5, 7 и 10 капельных плоскостей с квадратной упаковкой капель (расстояние между каплями 4,76 радиуса капли).

Для систематизации информации о переоблучении капель в капельной пелены КХИ а так же для исследования влияния многократных переоблучений на процесс остывания капель, исследовалась зависимость излучательной способности капельного потока от интегральной степени черноты рабочего тела ϵ для различных структур капельного потока. Излучательная способность капельного потока считалась равной отношению потока энергии, излучаемого капельным потоком к потоку энергии, излучаемому абсолютно чёрным телом, заполняющим весь объём капельной пелены. Температура всех капель в капельном потоке полагалась одинаковой и равной температуре абсолютно чёрного тела. На рис. 3.16 изображена зависимость излучательной способности капельного потока от интегральной степени черноты рабочего тела ϵ . На графике представлены зависимости, рассчитанные для структур, состоящих из 3, 5, 7 и 10 капельных плоскостей с квадратной упаковкой капель (расстояние между каплями в одной струйке и между соседними капельными струйками составляло по 4,76 радиуса капли). Из рисунка видно, что чем больше число капельных плоскостей в потоке, тем, за счёт многократных отражений, быстрее возрастает излучательная способность капельного потока. Приближаясь к своему асимптотическому значению. Асимптотическое значение зависит только от геометрии капельного потока.

На рисунке 3.16 видно, что зависимость, рассчитанная для 10 капельных плоскостей, имеет нефизическую немонотонность в области больших значений ϵ . Немонотонность обусловлена тем, что многократные излучения исследуются только в приближении двукратных отражений. Для моделирования отражений в структурах капельного потока со значительным количеством элементов (более 20) необходимо вводить в рассмотрение отражения следующих порядков – трёхкратные и т.д. Однако ниже в работе показано, что оптимальными для работы КХИ являются структуры капельного потока, состоящие из 7÷15 капельных плоскостей, для описания которых достаточно приближения двукратных отражений.

3.10 Расчёт изотермической структуры капельного потока

Изотермическая структура капельного потока, при прочих равных условиях, наилучшим образом отводит тепло, - так как в этом случае при взаимном облучении капель отсутствуют потери на теплопроводность. Из соотношения (3.25) следует, что в случае свободно остывающей капельной пелены, градиент температуры по толщине капельного потока равен нулю в случае, когда

$$(1 - \varepsilon\varphi_i)/r_i = 0, \quad (3.47)$$

где r_i – радиус капель в i -той капельной плоскости.

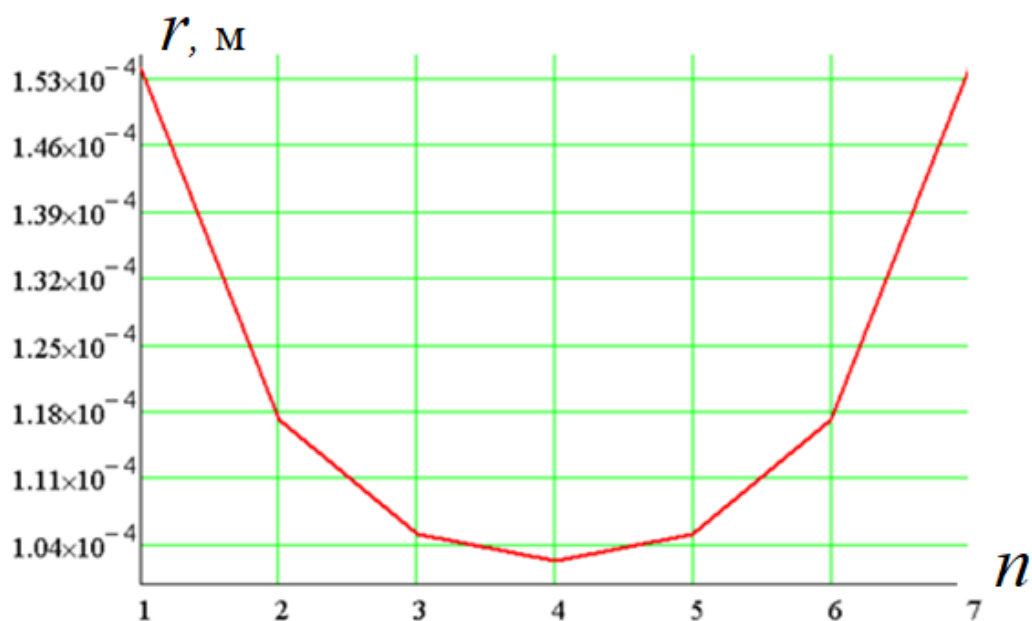
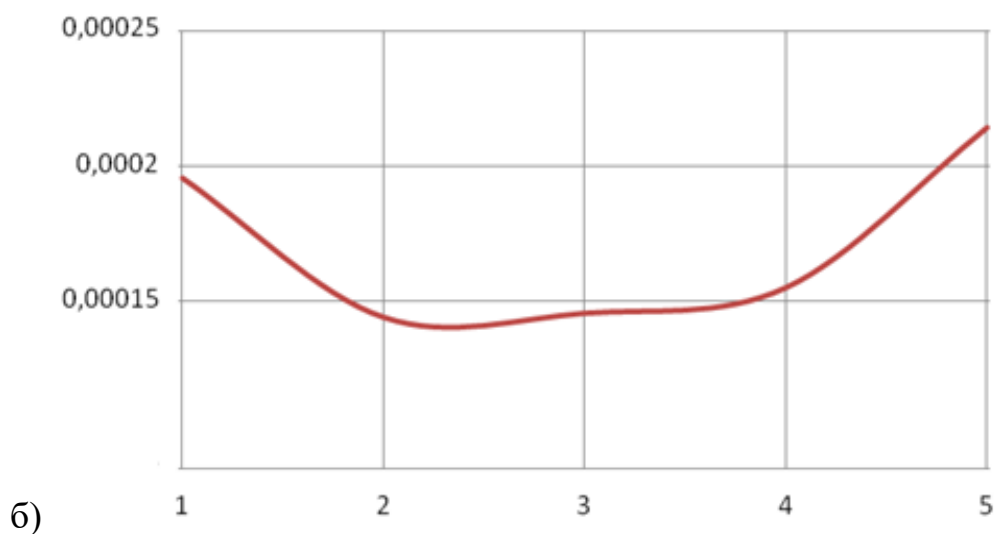
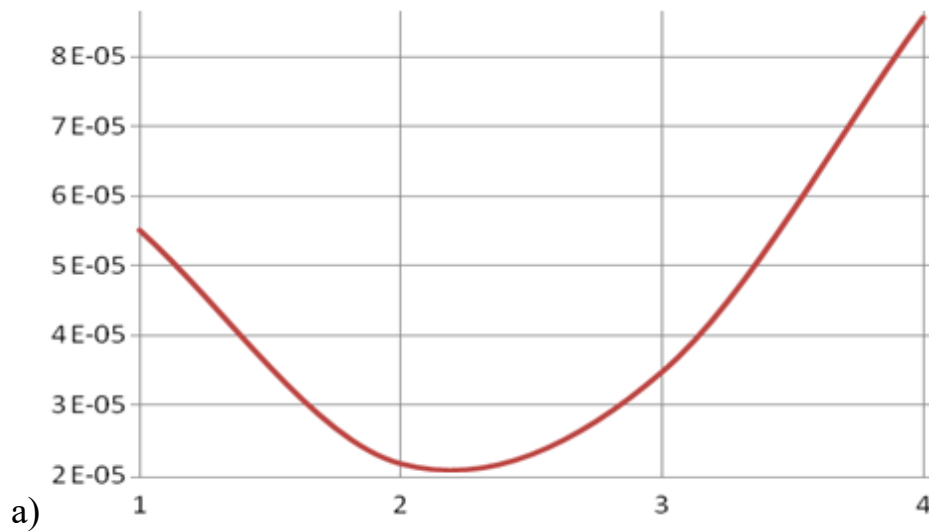


Рисунок 3.17. Структура изотермического капельного потока, состоящего из 7 капельных слоев. По оси абсцисс отложен номер капельной плоскости, по оси ординат – радиус капель в ней, выраженный в метрах.

На рис. 3.17 изображён пример расчёта изотермической структуры капельного потока, состоящего из 7 капельных плоскостей. Поток с квадратной упаковкой капель (расстояние между соседними частицами в слое составляет 4,76 радиуса капель), охлаждается с начальной температуры 360 К до конечной 310 К при следующих значениях параметров: плотность и теплоёмкость вещества - 10^3 кг/м³ и $1,6 \cdot 10^3$

Дж/кгК, интегральная степень черноты равна 0,8, длина пролёта капель 25 метров, скорость - 2 м/с.

Из соотношения (3.46) следует, что при наличии внешнего излучения невозможно создать структуру капельного потока, изотермическую на всей длине его пролёта. Однако возможно создать структуру, градиент температуры по толщине которой будет равен нулю в определённой точке. Проиводился расчёт структуры капельного потока, остывающей при наличии солнечного излучения, изотермическую в области сбора капельного потока.



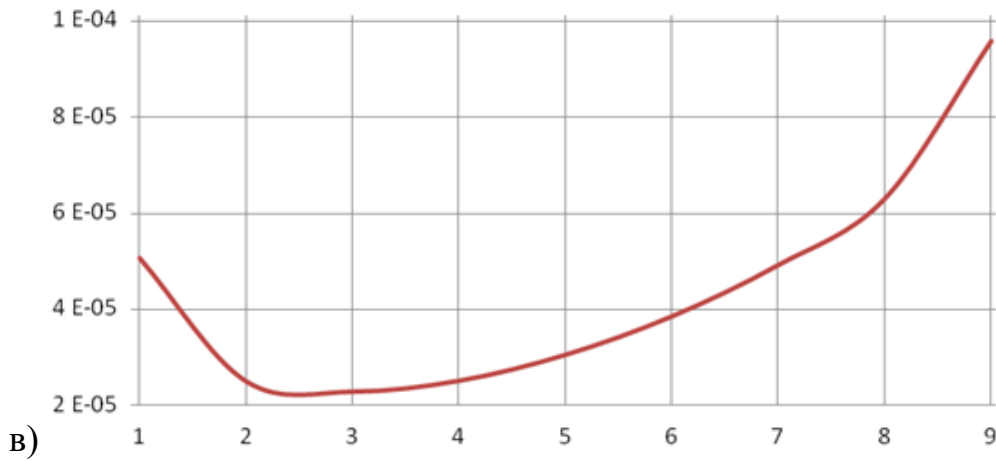


Рисунок 3.18. По оси абсцисс отложен номер капельного слоя, по оси ординат – радиус капель в метрах. Солнце светит «слева», $\beta = \gamma = 4,76$. а) $T_0 = 360$ К, $T_K = 310$ К. б) $T_0 = 400$ К, $T_K = 350$ К. в) $T_0 = 360$ К, $T_K = 310$ К.

Соотношение (3.46) рассматривалось как задача на определение собственных значений r . Тогда:

$$r_i = \frac{b \frac{3l}{uc\tilde{\rho}} \left(\frac{\varepsilon_{\text{эф}} P_{\odot}}{4} \right)^{3/4} \sqrt[4]{\sigma \varepsilon (1 - \varepsilon \int \rho_i(\tilde{x} - q) T^4(q) dq)}}{\ln \left(\frac{\tau_0}{\tau_K} \frac{a\tau_K + b}{a\tau_0 + b} \right)} \cdot \quad (3.48)$$

Примеры рассчитанных структур капельного потока приведены на рис. 3.18. Из-за наличия солнечного излучения снижается тепловая мощность, отводимая этими структурами. Пусть плотность и теплоёмкость вещества - 10^3 кг/м³ и $1,6 \cdot 10^3$ Дж/кгК, интегральная степень черноты 0,8, длина пролёта капель 25 метров, скорость 2 м/с. Тогда в КХИ с капельным потоком, структура которого изображена на рис. 3.17, при начальной температуре капель 360 К, капли при пролёте через космическое пространство остынут до 310 К (в случае отсутствия солнечного излучения).

На рис. 3.18-а изображена структура капельного потока, остывающая с температуры $T_0 = 360$ К до $T_K = 310$ К при наличии внешнего излучения. Мощность КХИ с такой структурой будет в $\sim 4,4$ раза меньше мощность КХИ со структурой, изображённой на рис. 3.17. Структура капельного потока на рис. 3.18-б при начальной

температуре 400 К остывает до 300 К. Тепловая мощность в этом случае будет та же, что и у структуры на рис. 3.17 при начальной температуре 360 К. У КХИ со структурой, изображённой на рис. 3.18-в при начальной температуре 360 К, конечная температура капель будет равна 310 К, а мощность КХИ будет в ≈ 2 меньше, чем у структуры на рис. 3.17 (без солнечного излучения).

3.11 Расчёт влияния элементов конфигурации КХИ на остывание капель

В натуральных условиях заметное влияние на остывание капель оказывает взаимное переоблучение элементов конфигурации капельного потока. Так, в КХИ конфигурации «крест» (рис. 3.19), из-за переоблучения соседних элементов конфигурации мощность снижается на величину порядка 30%.

Примеры рассчитанных выше структур показывают, что характерный размер капель в КХИ составляет порядка 10^{-4} м при толщине потока порядка 0,1 м. Для исследования свойств КХИ как целого такие тонкие структурированные дисперсные потоки моделировались плоскостью, обладающей некоторыми оптическими, механическими и электрофизическими свойствами. Расчёт взаимного переоблучения элементов конфигурации производится путем расчета функции распределения коэффициента излучения.

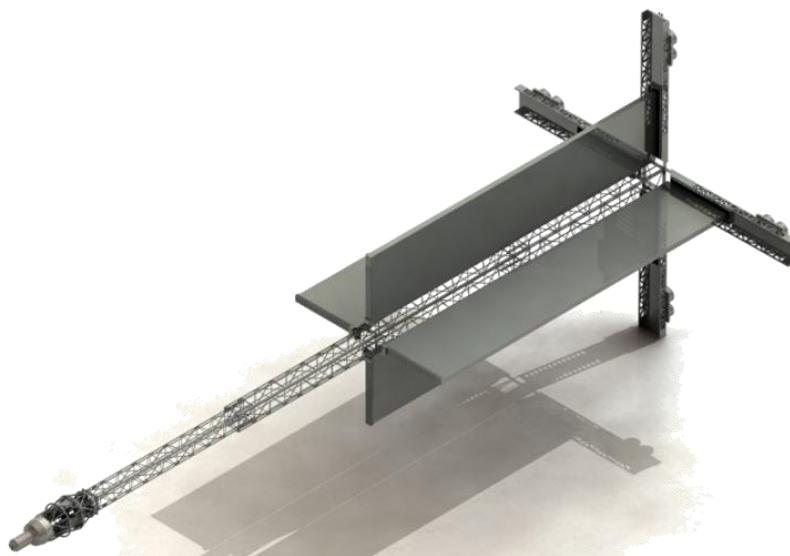


Рисунок 3.19. КХИ конфигурации «крест».

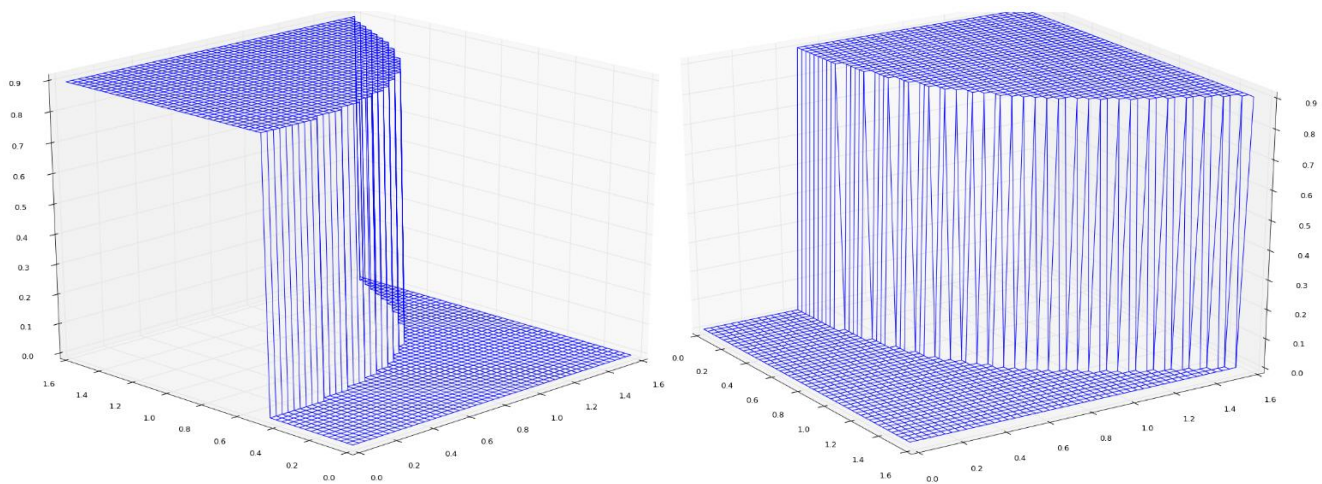


Рисунок 3.20. Элемент $\psi \in [0; \pi/2]$ плотности функции распределения коэффициента излучения элемента конфигурации схемы «крест» в двух проекциях.

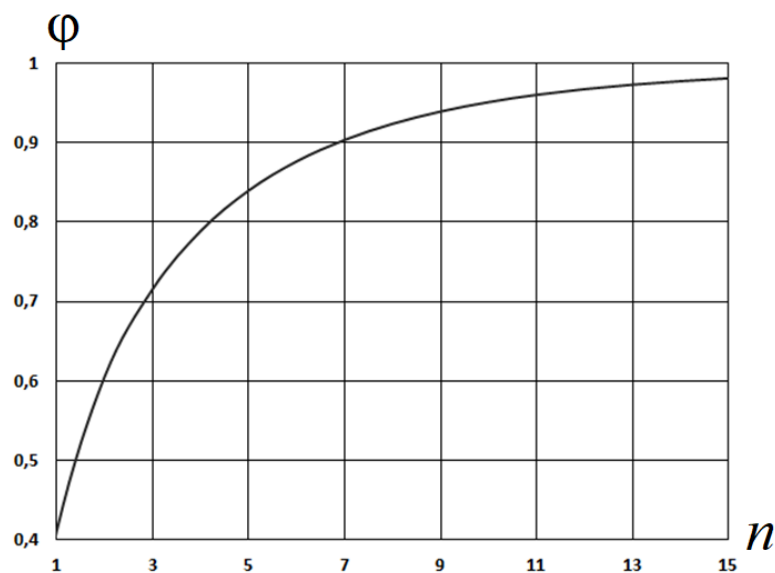


Рисунок 3.21. Зависимость коэффициента поглощения излучения набора капельных плоскостей φ от их количества n ; $\beta = \gamma = 4,76$, $\varepsilon = 1$.

Для каждого элемента конфигурации КХИ рассчитывается функция распределения коэффициента излучения (пример см. на рис. 3.20). При расчёте переоблучения с элементом конфигурации используется предположение о совпадении поля температуры излучающей поверхности с полем среднемассовой температуры капель в элементе конфигурации. Функция распределения равна

константе в областях, в которых расположены элементы конфигурации и нулю в оставшейся части расчётной области. В работе при расчёте реальных КХИ значение константы выбиралось равным 0,9. Это значение обусловлено тем, что оптимальное число капельных плоскостей с квадратной упаковкой составляет 6 - 7 плоскостей (см. рис. 3.21).

После расчёта функции распределения, влияние теплового излучения элементов конфигурации на остывание капель рассчитывается аналогично влиянию элементов структуры капельного потока.

3.12 Моделирование энергетических характеристик капельного холодильника - излучателя

Идеальной называется структура капельного потока, у которой, при радиационном остывании, градиент температуры по толщине равен нулю, излучение с единицы площади эквивалентно излучению полностью заполненной плоскости единичной площади, сделанной из того же вещества, что и капли структуры. Основная характеристика идеальной структуры – масса, приходящаяся на единицу площади поверхности – $(\frac{m}{S})_{ид}$, в соответствии с законами теплового излучения равная

$$(\frac{m}{S})_{ид} = \frac{T_k^3 T_0^3}{T_0^3 - T_k^3} \frac{6l\sigma\varepsilon}{v}. \quad (3.49)$$

Степень идеальности структуры капельного потока η определяется как отношение массы располагаемой (построенной) структуры, приходящейся на единицу площади излучающей поверхности к $(\frac{m}{S})_{ид}$. Возможности построения структуры ограничены исходными данными для проектирования КХИ (теплофизические параметры рабочего тела, наименьший размер капель, используемый в КХИ r_{min} и др.).

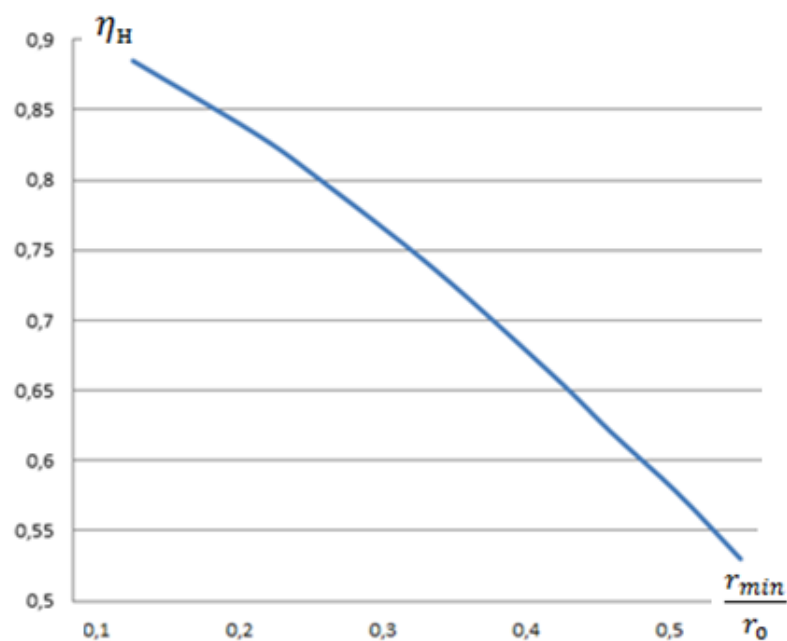


Рисунок 3.22. Численный расчет зависимости $\eta_H = \eta_H(r_{min}/r_0)$.

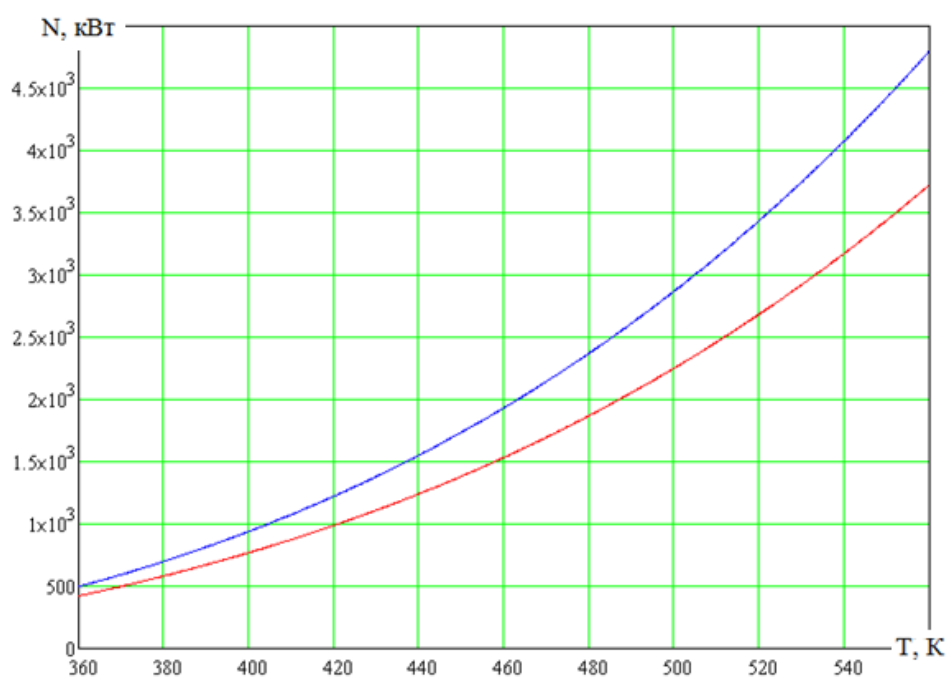


Рисунок 3.23. Зависимость тепловой мощности КХИ от T_0 при перепаде температуры рабочего тела 50К: — с учётом переоблучения элементов конфигурации, — без учёта переоблучения элементов конфигурации.

Из множества всех структур, построенных с учётом исходных данных, выбираются наилучшие структуры, обладающие наибольшим значением степени идеальности η_n . При прочих равных, η_n зависит от r_{min} : $\eta_n = \eta_n(r_{min}/r_0)$, где $r_0 = \frac{T_K^3 T_0^3}{T_0^3 - T_K^3} \frac{3l\sigma\varepsilon}{\nu c\rho}$ – радиус капли, остывающей без переоблучения с другими объектами. Численный расчёт зависимости $\eta_n = \eta_n(r_{min}/r_0)$ приведён на рис. 3.22. При расчёте считалось, что $\varepsilon = 0,8$. Внутренние многократные отражения в капельном потоке, изменяющие полученный результат на несколько процентов, не учитывались в расчёте.

Рассматривался элемент конфигурации шириной l_y , длиной пролёта капель l_x с капельной пленкой, обладающей степенью идеальности η , полем температуры, описываемым соотношением (3.25). Излучаемая тепловая мощность, без учета переоблучения с другими элементами структуры, составляет

$$P = 2l_x l_y \eta \left(\frac{r_{min}}{r_0}\right) \sigma T_0^4 \left[3 \frac{1 - \frac{T_K}{T_0}}{\left(\frac{T_0}{T_K}\right)^3 - 1} \right]. \quad (3.50)$$

Коэффициенты переоблучения элементов конфигурации КХИ φ вычисляются рассчитываются по следующей формуле:

$$\varphi = \eta \varphi_0, \quad (3.51)$$

где φ_0 – коэффициенты переоблучения, рассчитанные в предположении сплошности элементов конфигурации.

С использованием метода Гебхарта для расчётов переоблучения с учётом диффузного отражения [101], получается следующая формула для расчета тепловой мощности КХИ:

$$N = 2l_x l_{y\Sigma} \eta \left(\frac{r_{min}}{r_0}\right) \sigma T_0^4 \left[3 \frac{1 - \frac{T_K}{T_0}}{\left(\frac{T_0}{T_K}\right)^3 - 1} \right] \frac{1 - \eta \left(\frac{r_{min}}{r_0}\right) \varphi_0}{1 - (1 - \varepsilon) \eta \left(\frac{r_{min}}{r_0}\right) \varphi_0}, \quad (3.52)$$

где $l_{y\Sigma}$ – сумма l_y всех элементов конфигурации, составляющих КХИ. Для случая конфигурации крест, $r_{\min}=10^{-4}\text{м}$, $c=1700\text{Дж/кг К}$, $\rho=1000\text{кг/м}^3$, $l_x=25\text{м}$, $l_y=5.5\text{м}$, $l_{y\Sigma}=22\text{м}$ $\Delta T=50\text{К}$, зависимость отводимой мощности от начальной температуры рабочего тела показана на рис. 3.23.

Сравнение с результатами численных расчетов показывает, что выражение (3.52) позволяет рассчитывать тепловую мощность низкопотенциального КХИ с погрешностью, составляющей порядка 5%. Предложенный метод может быть использован для проведения инженерных оценок.

3.13 Результаты численного моделирования процесса радиационного остывания дисперсного потока КХИ

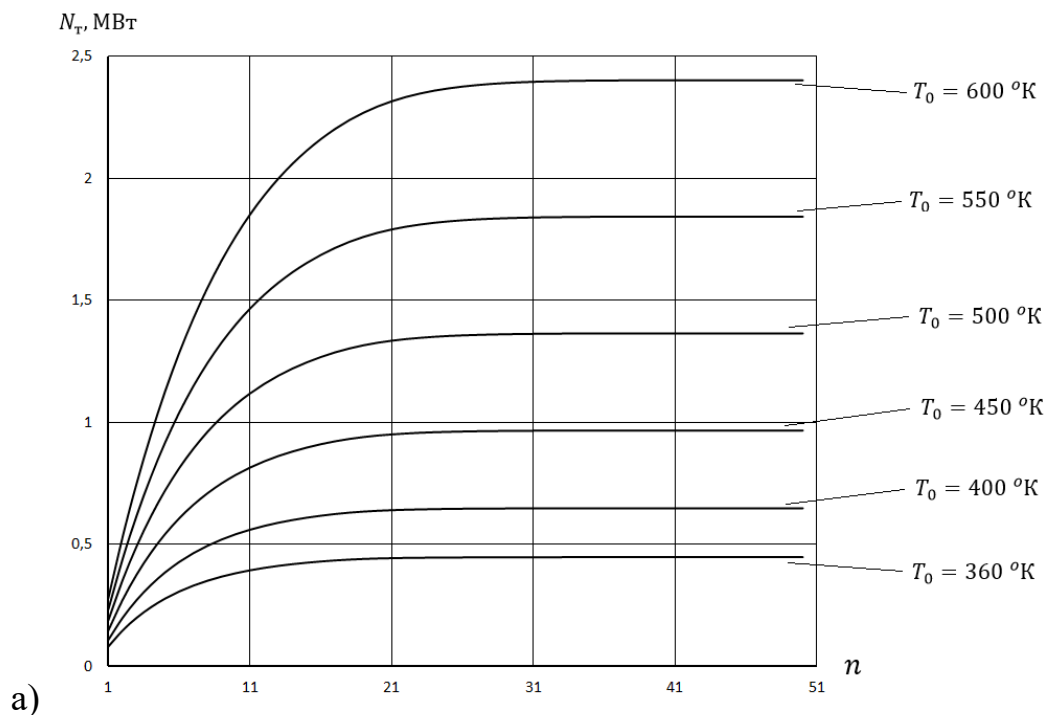
На основе разработанного метода был написан и зарегистрирован программно-вычислительный комплекс, позволяющий проводить тепловой расчёт КХИ [11]. Программа рассчитывает кинетические коэффициента переноса излучения в дисперсной среде. А затем, с помощью приближенных аналитических решений, рассчитывает поле температуры в капельном потоке и мощность КХИ. С помощью программы была создана база данных тепловых расчётов КХИ. В ней содержится информация об остывании капельных потоков с различной структурой, размером капель и теплофизическими характеристиками рабочего тела. Комплекс позволяет рассчитывать оптимальную геометрическую структуру капельного потока, максимизировать мощность энергетической установки космического аппарата. Приведём некоторые полученные с помощью программы результаты.

В первой серии вычислительных экспериментов исследовался капельный поток, состоящий из капель вакуумного масла ВМ1 радиусом 100 мкм. Упаковка капель в капельных плоскостях полагалась квадратной с расстоянием между соседними каплями 4,76 r . Длина пролёта капель полагалась равной 22 м, ширина каждого элемента конфигурации – 5,5м, рассматривался КХИ конфигурации «крест». Интегральная степень черноты капель считалась равной $\epsilon = 0,8$.

На рис. 3.24-а представлена зависимость тепловой мощности КХИ от количества капельных плоскостей в потоке, рассчитанная для разных начальных температур капель. Видно, что зависимость быстро выходит на стационарное значение: при начальной температуре 360 К – при $n = 7$ капельных плоскостей, при 600 К - при $n = 25$.

На рис. 3.24-б изображена зависимость конечной среднемассовой температуры капель $\bar{T}_K$ от количества капельных плоскостей для разных начальных температур. Видно, что по мере увеличения числа элементов структуры, конечная среднемассовая температура в КХИ быстро увеличивается.

Для определения оптимального количества капельных плоскостей проводилось исследование зависимости $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_K}{T_0}$. Её физический смысл – мощность идеальной тепловой машины, работающей на перепады температуры КХИ. Зависимость Π от количества капельных плоскостей для разных начальных температур капель приведена на рис. 3.25.



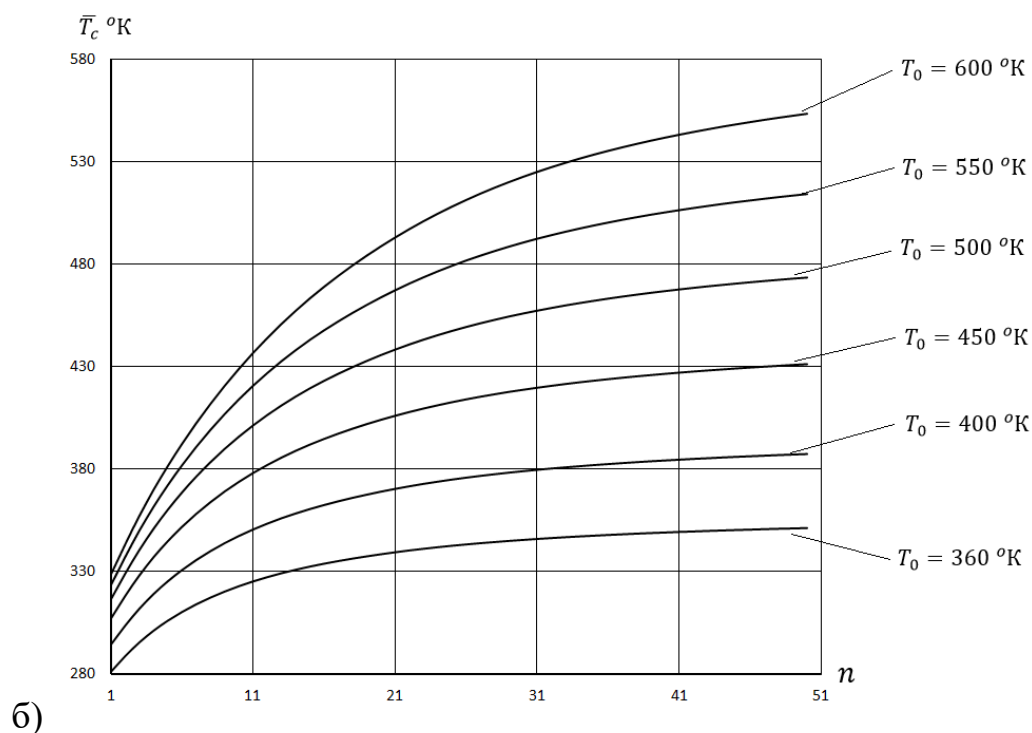


Рисунок 3.24. а) Зависимость тепловой мощности КХИ от количества капельных плоскостей в потоке, рассчитанная для разных начальных температур капель. б) Зависимость конечной среднемассовой температуры капель $\bar{T}_k$ от количества капельных плоскостей для разных начальных температур.

Из рис. 3.25 видно, что у величины $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_k}{T_0}$ есть максимум, который зависит от начальной температуры капель. Количество капельных плоскостей, соответствующих этому максимуму, считалось оптимальным. Оптимальной называлась структура капельного потока, состоящая из оптимального числа капельных плоскостей. На рис. 3.26 изображена зависимость конечной температуры оптимальной структуры от начальной температуры капельного потока.

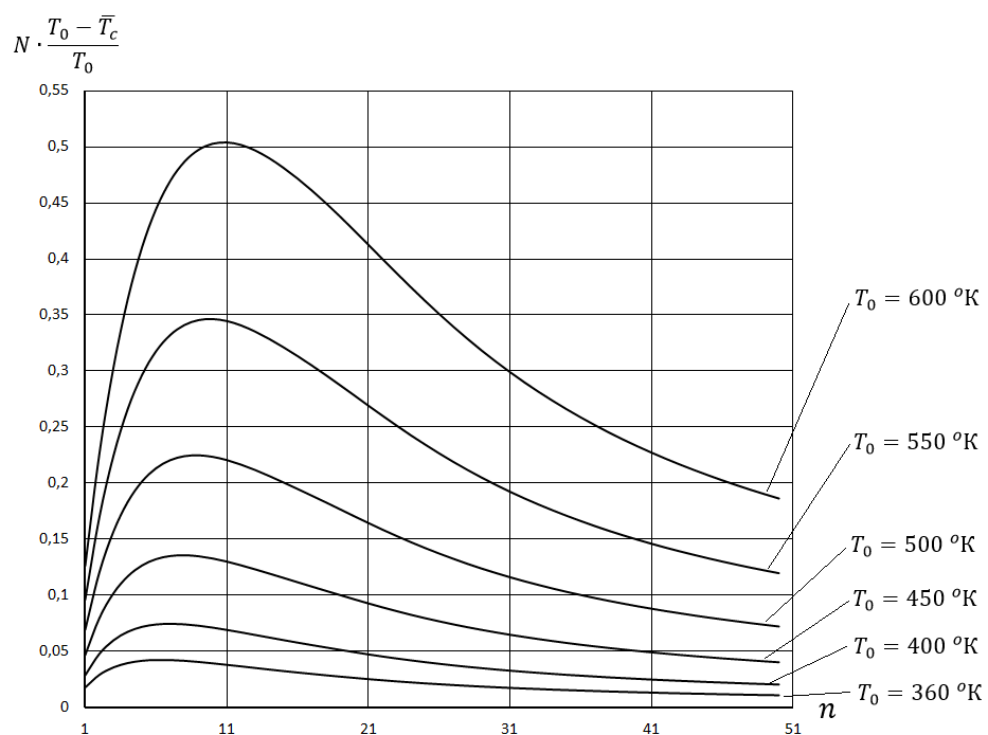


Рисунок 3.24. Зависимость $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_c}{T_0}$ в МВТ от количества капельных плоскостей для разных начальных температур.

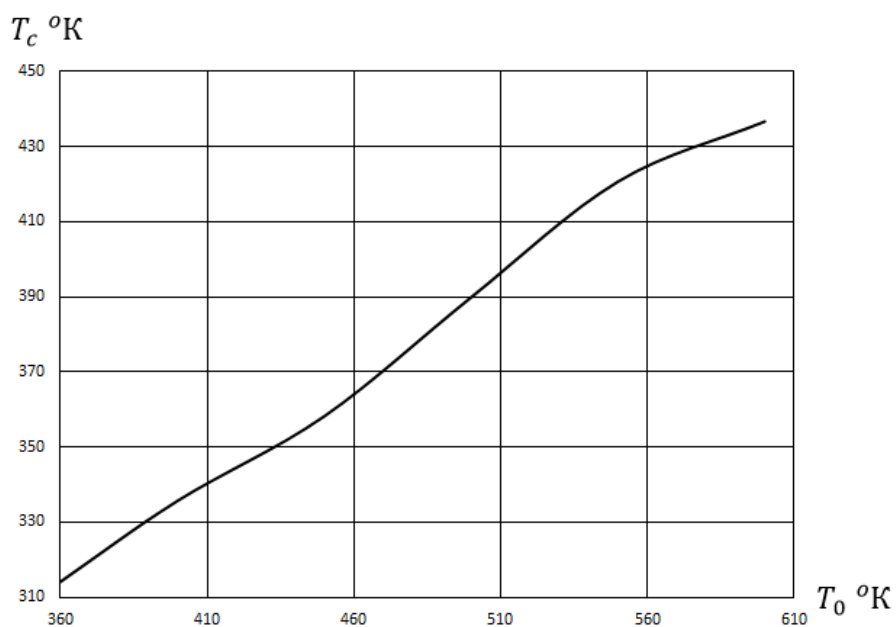


Рисунок 3.26. Зависимость конечной температуры оптимальной структуры от начальной температуры капельного потока; радиус капель в потоке – 100 мкм.

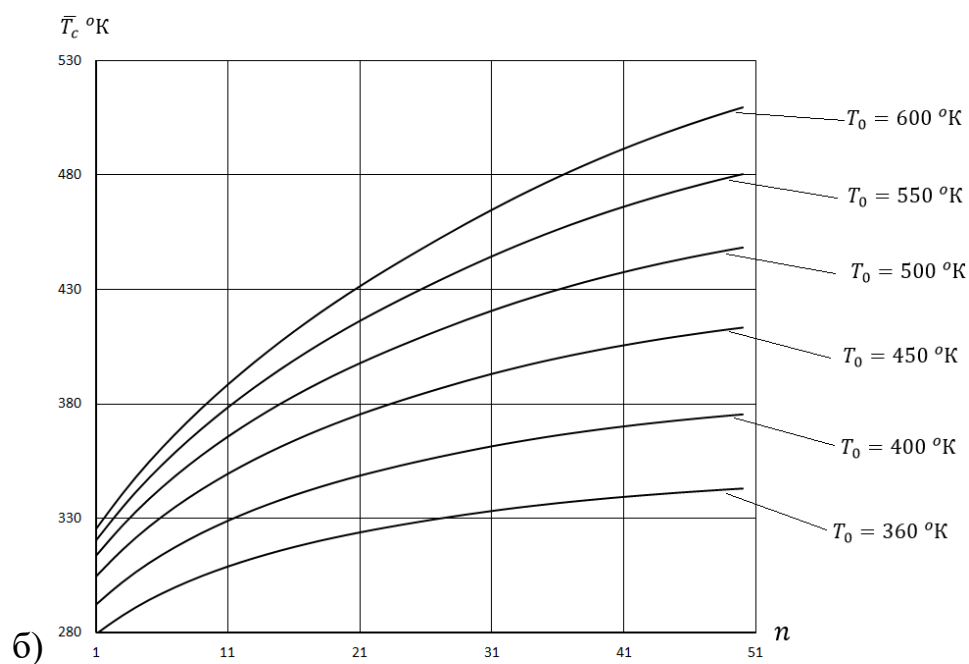
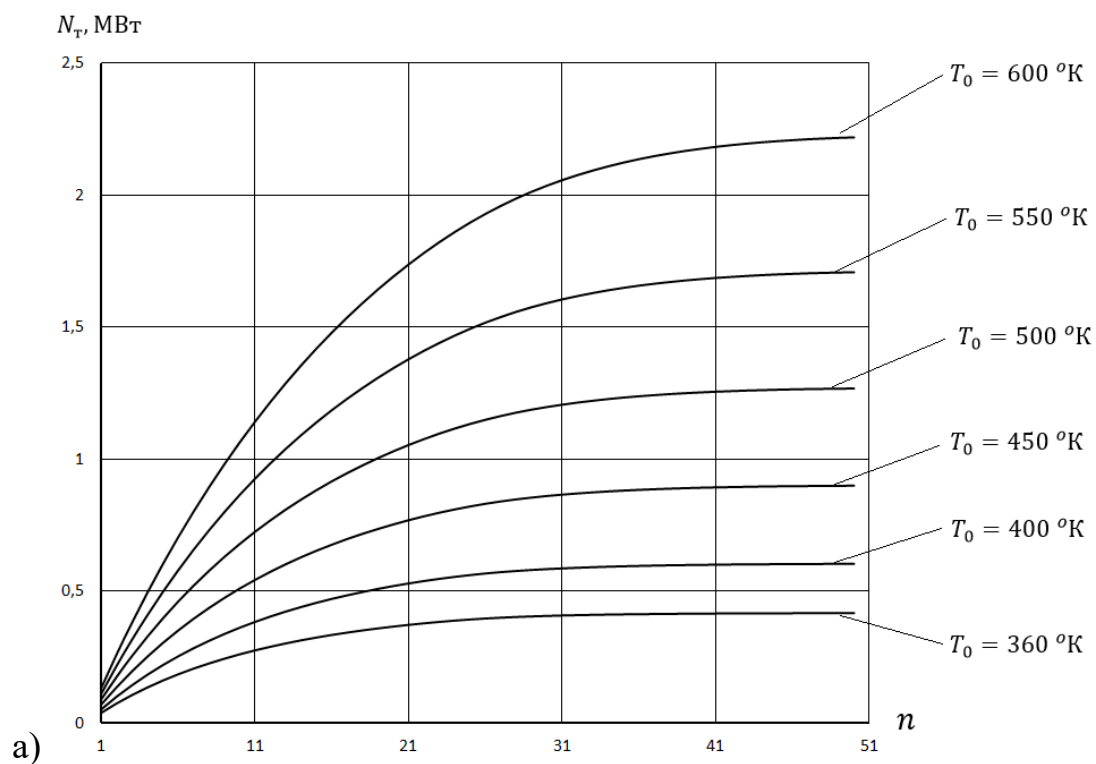


Рисунок 3.27. а) Зависимость тепловой мощности КХИ от количества капельных плоскостей в потоке, рассчитанная для разных начальных температур капель.
 б) Зависимость конечной среднемассовой температуры капель $\bar{T}_K$ от количества капельных плоскостей для разных начальных температур.

Аналогичные расчеты проводились для других геометрий капельного потока. Ниже представлены зависимости, рассчитанные для случая, когда расстояние между каплями в капельных струйках составляло $4,76 r$, расстояние между капельными струями - $10 r$, радиус капель – 100 мкм . Рабочее тело – вакуумное масло ВМ1. Размеры элементов конфигурации и тип конфигурации был тот же, что и в предыдущем случае. На рис. 3.27-а представлена зависимость тепловой мощности КХИ от количества капельных плоскостей в потоке, рассчитанная для разных начальных температур капель. Видно, что зависимость выходит на стационарное значение медленнее, чем в потоке с квадратной упаковкой капель. При начальной температуре 360 К – при $n = 25$ капельных плоскостей, при начальной температуре 600 К - при $n = 45$.

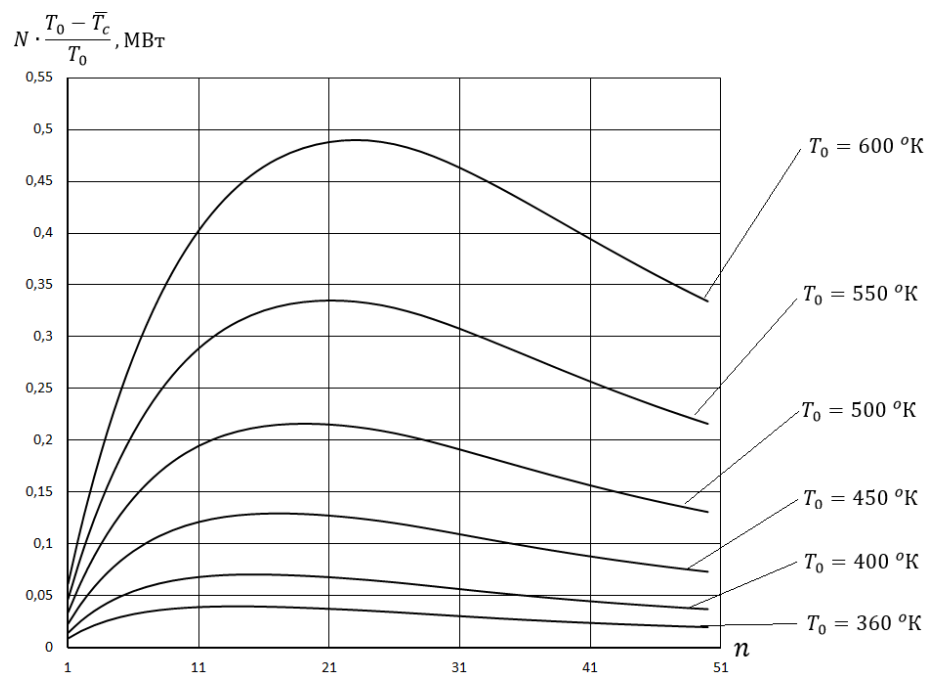


Рисунок 3.28. Зависимость $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_c}{T_0}$ в МВт от количества капельных плоскостей n для разных начальных температур.

На рис. 3.27-б изображена зависимость конечной среднемассовой температуры капель $\bar{T}_c$ от количества капельных плоскостей для разных начальных температур.

Видно, что по мере увеличения числа элементов структуры, конечная среднемассовая температура в КХИ увеличивается. Однако рост происходит медленнее чем в предыдущем случае, где расстояние между частицами в капельных слоях было меньше.

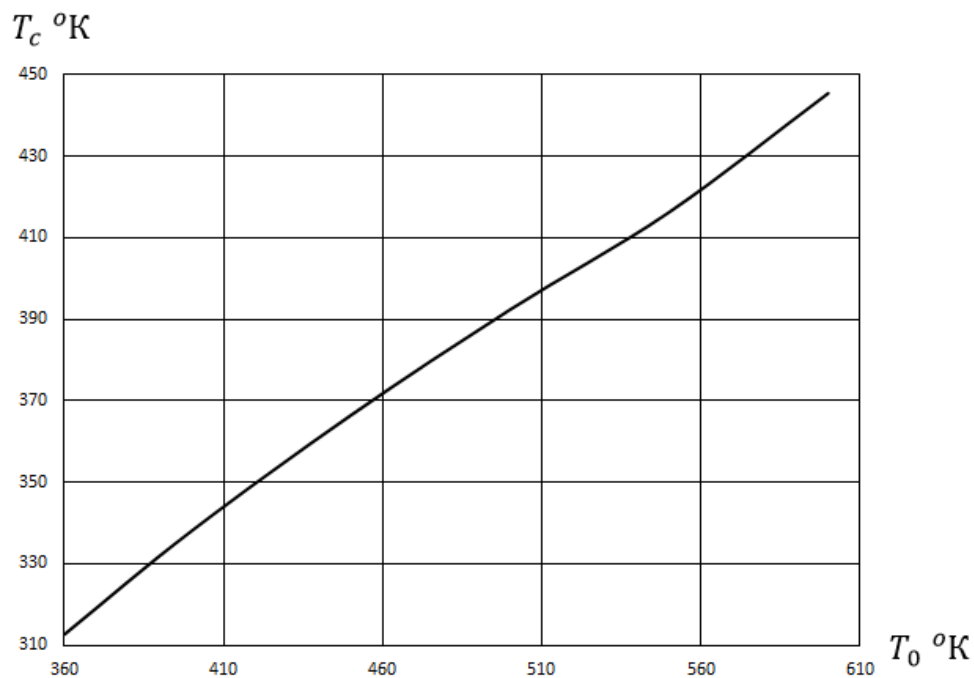


Рисунок 3.29. Зависимость конечной температуры оптимальной структуры от начальной температуры капельного потока.

Сравнение зависимостей $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_k}{T_0}$, приведённых на рис. 3.28 и на рис. 3.25 показывает, что для квадратной упаковки капель абсолютная величина Π больше, чем в случае разреженной пелены. Объяснить это обстоятельство можно тем, что в разреженной пелене эффективнее происходит теплообмен между далеко расположенными друг относительно друга слоями капель, имеющими разную температуру. Из-за этого энтропия в системе растёт, а КПД уменьшается.

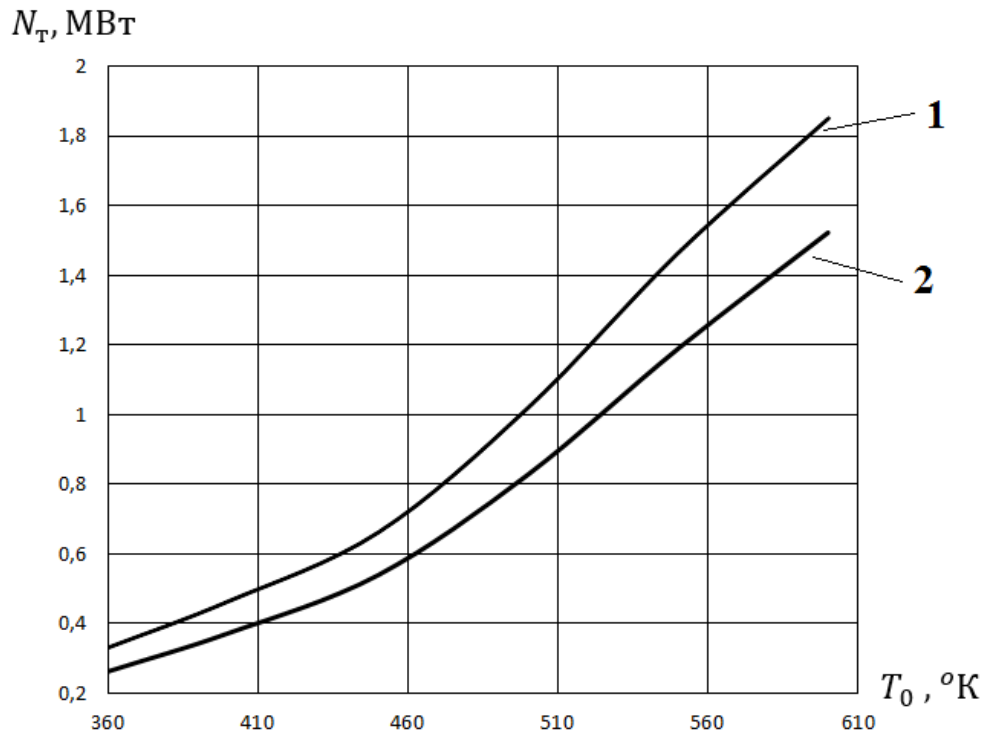


Рисунок 3.30. Зависимость мощности КХИ без учёта переоблучения элементов конфигурации (1) и с его учётом (2).

На рис. 3.30 изображены зависимости мощности КХИ, рассчитанные с учётом переоблучения элементов конфигурации, а также без учёта взаимодействия элементов конфигурации. Полагалось, что упаковка капель квадратная (расстояние между каплями $4,76 r$), размер капель 100 мкм , рабочее тело – вакуумное масло ВМ1, а количество капельных плоскостей в капельном потоке – оптимальное с точки зрения максимизации $\Pi = N \frac{T_0 - \bar{T}_k}{T_0}$. Длина капельного потока и ширина элементов конфигурации считались равными соответственно $L = 22 \text{ м}$, $l = 5,5 \text{ м}$. Считалось, что конфигурация КХИ – типа «крест» (см. рис. 2.1). Из рис. 3.30 видно, что по мере роста температуры, относительное (выраженное в процентах от абсолютной величины) влияние элементов конфигурации друг на друга уменьшается.

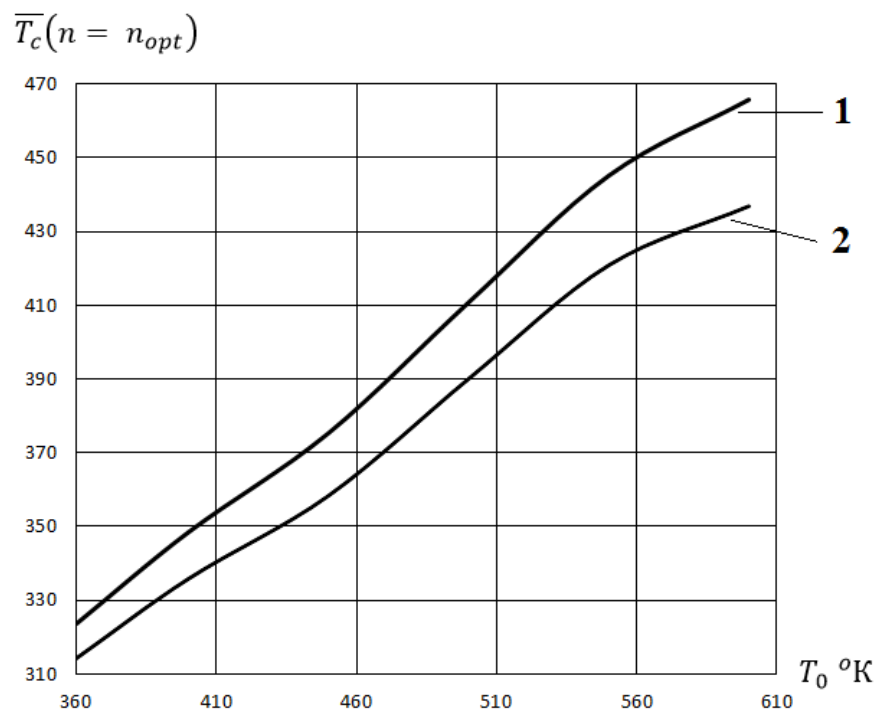


Рисунок 3.31. Зависимость конечной среднемассовой температуры капель в КХИ от их начальной температуры без учёта переоблучения элементов конфигурации (1) и с его учётом (2).

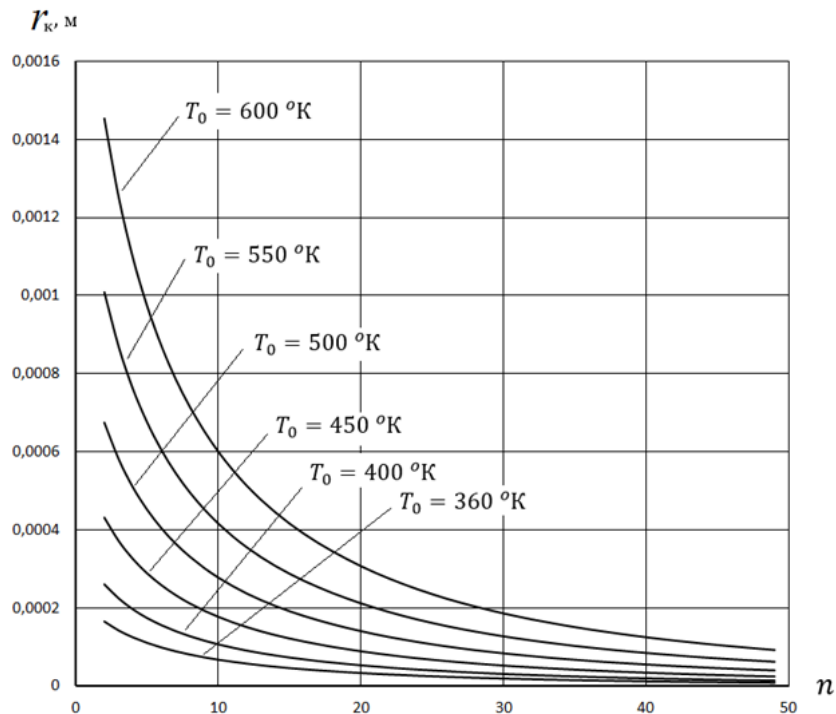


Рисунок 3.32. Зависимость радиуса капель КХИ от количества капельных плоскостей в капельном потоке для разных начальных температур. Разница между начальной температурой и конечной среднемассовой составляет 50 К.

На рис. 3.31 изображена зависимость конечной среднemasсовой температуры капель от их начальной температуры. Параметры капельного потока были те же, что и при расчёте предыдущей зависимости на рис. 3.30. Из графика видно, что разница начальной и конечной температур капельного потока быстро растёт с увеличением начальной температуры.

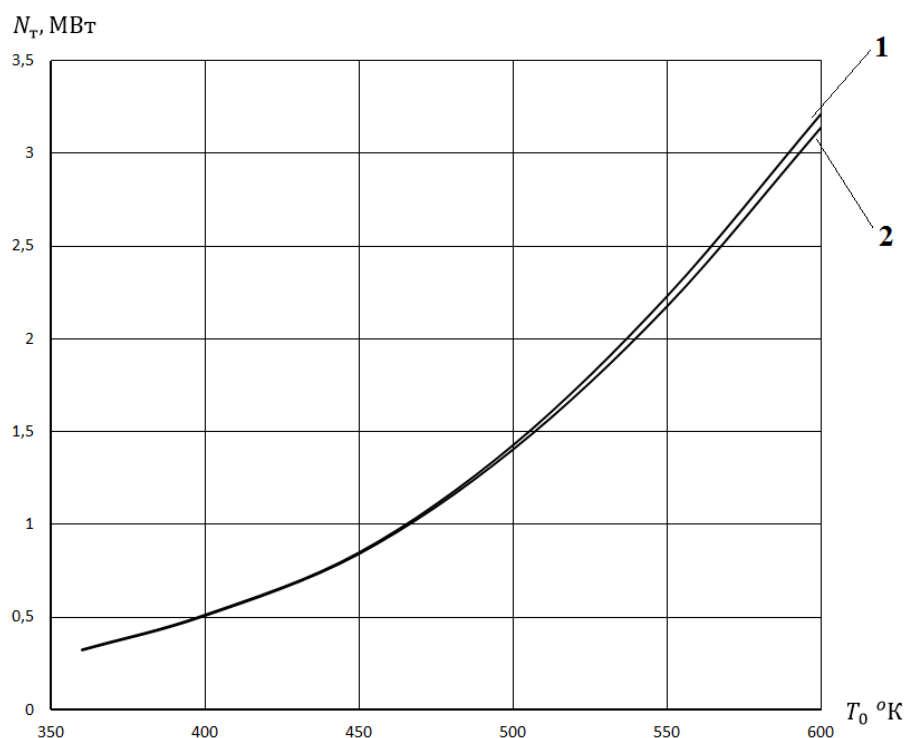


Рисунок 3.33. Зависимость мощности КХИ с изотермической структурой (обозначено на рисунке цифрой 1) и мощности КХИ со структурой из капель одного размера, обеспечивающей тот же перепад температур (обозначено на рисунке цифрой 2) от числа капельных плоскостей в капельном потоке.

Дополнительно решалась следующая задача. Считались заданными начальная температура капель и конечная среднemasсовой температуре потока, количество капельных слоёв в капельном потоке и расстоянии между частицами в каждом из них. Рассчитывался радиус капель, при которых все эти условия выполняются. При этом считалось, что радиус частиц в каждом из слоем одинаков. На рис. 3.32 изображена

зависимость радиуса капель КХИ, обеспечивающая перепад между начальной и конечной среднemasсовой температурами в 50 К, от количества капельных плоскостей в капельном потоке для разных начальных температур. При этом полагалось, что упаковка капель в потоке квадратная (расстояние между соседними каплями равно $4,76 r$). Видно, что радиус капель становится меньше практически реализуемого размера 100 мкм при $n = 10$ для начальной температуры порядка 400 К, при $n = 20$ при для начальной температуры 450 К, при $n = 30$ для начальной температуры 500 К, а затем быстро растёт.

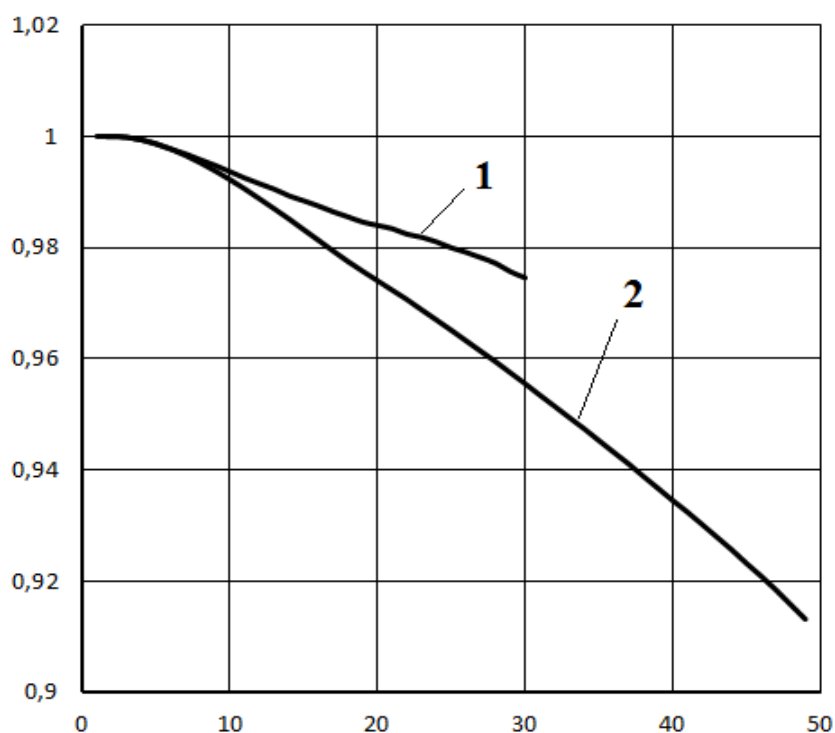


Рисунок 3.34. Зависимость излучательной способности капельного потока от числа капельных плоскостей для двух разных перепадов температуры в КХИ.

1- перепад температуры 450 - 400 К, 2 - перепад температуры 600 - 550 К.

Програмно-вычислительный комплекс позволяет рассчитывать спрофилированную изотермическую структуру капельного потока. На рис. 3.33 представлены результаты такого расчёта - зависимость мощности КХИ с

изотермической структурой капельного потока и мощности КХИ со структурой, состоящей из капель одного размера, обеспечивающей тот же перепад среднemasсовой температуры потока. Видно, что при начальной температуре менее, чем 500 К, использование профилированной структуры практически не даёт выигрыша по мощности. А при начальной температуре более 500 К профилирование капельного потока даёт выигрыш в несколько процентов, который растёт с увеличением температуры.

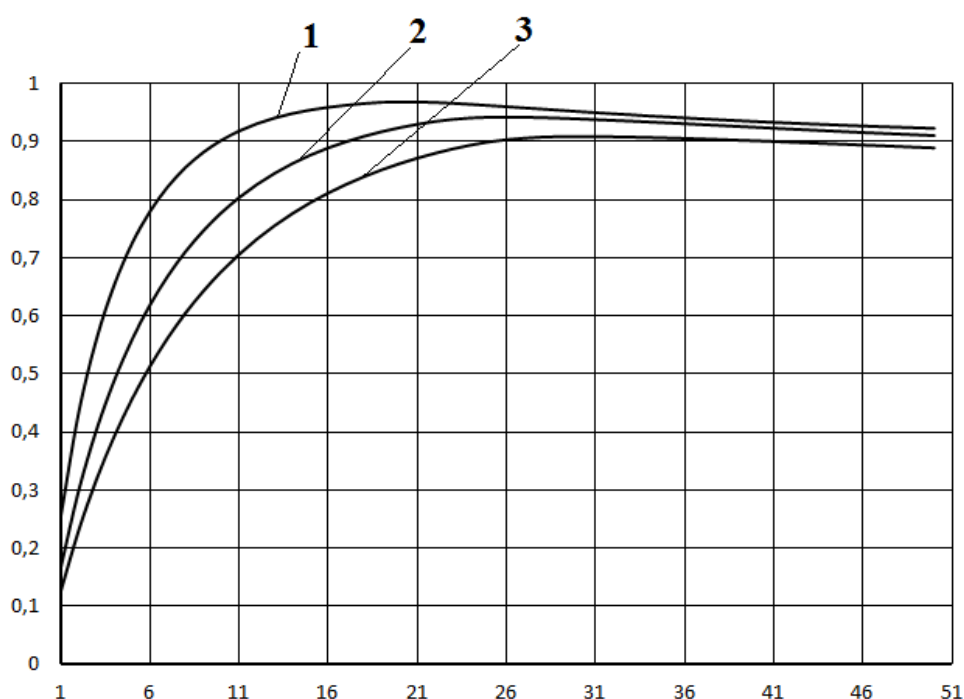


Рисунок 3.35. Зависимость излучательной способности капельного потока от числа капельных плоскостей для структур с различным расстоянием между капельными струйками. Начальная температура капель равна 360 К. Расстояние между капельными струйками γ : 1- 4,76; 2- 7,5; 3 - 10,0.

На рис. 3.34 изображена зависимость излучательной способности капельного потока от числа капельных плоскостей. Радиус капель для каждой из точек графика выбирался такой, чтобы разница начальной и конечной среднemasсовой температуры в капельном потоке составляла 50 К. Цифрой 1 обозначен перепад температуры 450 - 400 К, цифрой 2 - перепад температуры 600 - 550 К. Упаковка капель выбиралась

квадратная (расстояние между соседними каплями $4,76 r$). Излучательная способность капельного потока понималась как отношение потока энергии, излучаемого капельным потоком, к потоку энергии излучаемому абсолютно чёрным телом, заполняющему весь объём капельного потока. При этом полагается, что температура чёрного тела меняется по длине также, как и среднемассовая температура капель. Из рис. 3.34 видно, что потери на теплообмен быстро возрастают как при росте температуры, так и при увеличении количества капельных слоёв в пелене.

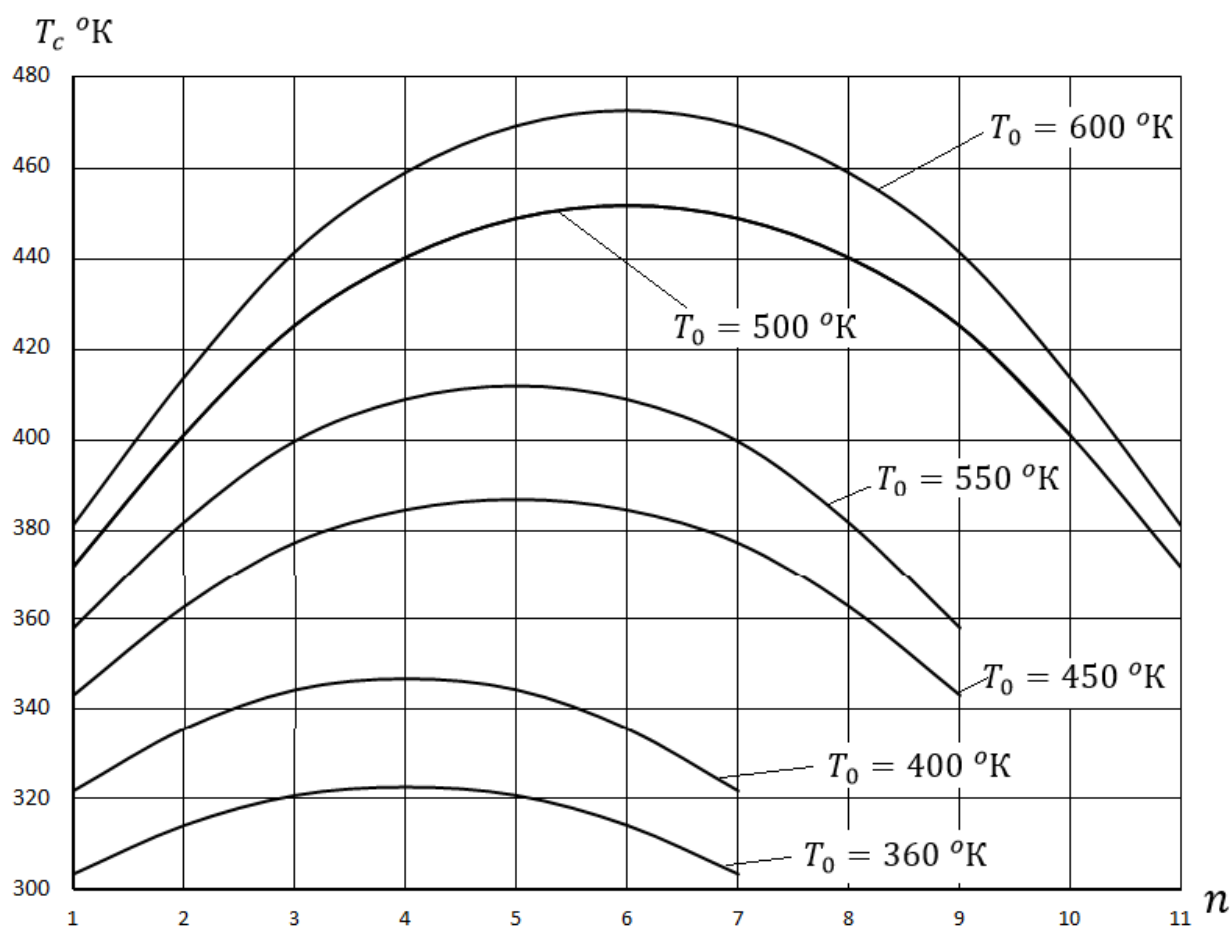


Рисунок 3.36. Распределение конечной температуры капель КХИ по толщине капельного потока для разных начальных температур. По оси абсцисс отложен номер капельной плоскости, по оси ординат – температура капель. Рабочее тело – вакуумное масло ВМ1, упаковка капель квадратная (расстояние между каплями – $4,76 r$), длина пролёта – 22 м.

На рис. 3.35 изображена зависимость излучательной способности капельного потока от числа капельных слоев в нем. При этом степень черноты капель равнялась $\varepsilon = 0,8$, а размер капель был постоянный и равнялся 100 мкм. Зависимости построены для следующих расстояний между каплями в капельных плоскостях. Расстояние между каплями в одной струйке выбиралось равным 4,76 r . Расстояние между соседними капельными струйками составляло γr , где γ принимало следующие значения. Для кривой 1- 4,76; 2- 7,5; 3 - 10,0. Из графика видно, что у зависимости излучательной способности капельного потока от числа капельных плоскостей есть максимум. Наличие максимума объясняется следующим образом. При малом количестве капельных плоскостей неэффективно используется поверхности капельного потока. При слишком большом количестве капельных плоскостей становятся заметными потери на теплообмен между каплями разной температуры.

На рис. 3.35 изображено распределение температуры частиц по толщине капельного потока в окрестности уловителя капель. Видно, что при росте начальной температуры быстро увеличивается градиент температуры по толщине потока.

4 Исследование процесса установления профиля температуры

Список использованных в разделе обозначений

r – радиус капель

T – температура капли;

x – координата центра капли;

u – скорость капли;

ρ – плотность вещества капли;

c – теплоёмкость вещества капли;

σ – постоянная Стефана-Больцмана;

Q – интенсивность радиационного взаимодействия капли с другими каплями потока и внешним излучением;

$\alpha = 3\sigma\varepsilon / (rcup)$;

l – длина пролёта капель в пелене;

$f_{x,y}$ – функция распределения коэффициента излучения частицы с индексом y , находящейся в точке с координатой x ;

T_u – поле температуры в капельном слое с номером u ;

N – число слоёв в пелене;

Ψ_u – интенсивность «подогрева» внешним (например Солнечным) излучением капельного слоя с номером u ;

φ – угловой коэффициент переоблучения;

ξ – скорость охлаждения свободно остывающей капли;

τ – отношение температур капли, остывающей в потоке КХИ и свободно остывающей капли;

ψ_1, ψ_2 – соответственно угловые коэффициенты излучения ядра потока на периферию и обратно;

φ_1 и φ_2 - коэффициенты самооблучения ядра и периферии потока;

$\tau_{я*}, \tau_{п*}$ - равновесные значения безразмерной температуры ядра и периферии потока;

$\delta x, \delta y$ – локальные координаты;

$\hat{A}$ – матрица, описывающая процесс установления температуры;

$$\delta \tau = \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix};$$

λ_1, λ_2 – собственные числа матрицы $\hat{A}$;

$$h_0 = ((\tau_{я*} - 1)^2 + (\tau_{п*} - 1)^2)^{1/2};$$

$\delta \mathbf{r}$ – вектор, соединяющий положения равновесия систем (10) и (15);

Δ – амплитуда колебаний, сопровождающих установление температуры;

$\mathfrak{S}$ – функция, описывающая возмущение поля температуры.

4.1 Исследование устойчивости радиационного остывания дисперсного потока

Исследование устойчивости процесса радиационного остывания дисперсного потока проводилось методом функции Ляпунова. Возмущение поля температуры в дисперсном потоке (рис. 4.1) описывалось с помощью величины $\mathfrak{S}(x)$ следующим образом:

$$T(x) = T_0 \left(3\alpha T_0^3 (x - y(x) - \mathfrak{S}(x)) + 1 \right)^{-1/3}, \quad (4.1)$$

где функция y определялась соотношением $\frac{dy(x)}{dx} = \frac{\alpha \varepsilon}{T^4(x)} \int \rho(x - q) T^4(q) dq$ и описывала установившийся профиль температуры капельной пелены.

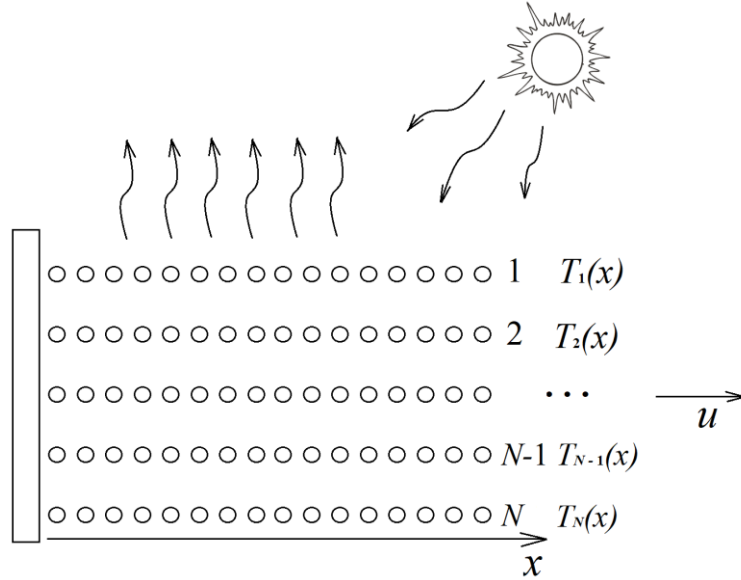


Рисунок 4.1. Остывание структурированного капельного потока, состоящего из N капельных слоёв. Температура в i – том капельном слое равна $T_i(x)$.

Используя соотношение (3.32), эволюционное уравнение развития возмущения поле температуры в капельном потоке в одномерном приближении можно записать в виде:

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dt} = -\frac{d\mathfrak{S}}{dx} + \int f(\xi - x) \left[\left(\frac{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}}{y(\xi) + \mathfrak{S}(\xi) + 1} \right)^{4/3} - \left(\frac{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}}{y(\xi) + 1} \right)^{4/3} \right] d\xi. \quad (4.2)$$

Характерное для КХИ значение величины $\frac{\mathfrak{S}(\xi)}{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}} \sim 0,15$. Разложение (4.2) в

ряд по этой малой величине дает:

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dt} = -\frac{d\mathfrak{S}}{dx} - \frac{4}{3} \left(y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3} \right)^{4/3} \int \frac{f(\xi - x) \mathfrak{S}(\tau, \xi)}{\left(y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3} \right)^{7/3}} d\xi \quad (4.3)$$

с граничным условием: $\mathfrak{S}(t, 0) = 0$. Ниже используется обозначение:

$$\tilde{\mathfrak{J}}[\mathfrak{S}](\tau, x) = -\frac{4}{3} \left(y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3} \right)^{4/3} \int \frac{f(\xi-x) \mathfrak{S}(\tau, \xi)}{\left(y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3} \right)^{7/3}} d\xi \quad (4.4)$$

Использовалась следующая функция Ляпунова:

$$\theta(f) = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (4.5)$$

Производная функции Ляпунова по времени:

$$\frac{d\theta}{de} = - \int \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \right)^2 dx + \int \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\mathfrak{J}}[\mathfrak{S}]}{\partial x} dx. \quad (4.5)$$

После подстановки (4.3), (4.4) в (4.5), и проведения элементарных преобразований получается:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2} \int d \left[\left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \right)^2 \right] - \int \frac{4}{3} \frac{1}{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}} \left(1 + \frac{\mathfrak{S}}{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}} \right)^{-\frac{7}{3}} \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (4.6)$$

Из последнего выражения следует: $\frac{d\theta}{d\tau} < 0$. Таким образом, процесс радиационного остывания капельного потока устойчив по отношению к одномерным возмущениям поля температуры.

Проводилось исследование влияния двумерных возмущений поля температуры на процесс радиационного остывания дисперсного потока. Уравнение эволюции двумерного возмущения в первом порядке асимптотического разложения по малой величине $\frac{\mathfrak{S}(\xi)}{y(x) + \frac{1}{3\alpha T_0^3}}$:

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dt} = -\frac{d\mathfrak{S}}{dx} - \frac{4}{3} \left(y(x, z) + \frac{1}{3\alpha(z)T_0^3} \right)^{4/3} \int \frac{f(\xi-x, \varsigma-z) \mathfrak{S}(\tau, \xi, \varsigma)}{\left(y(x, \varsigma) + \frac{1}{3\alpha(\varsigma)T_0^3} \right)^{7/3}} d\xi d\varsigma. \quad (4.7)$$

Ниже используется обозначение:

$$\mathfrak{I}[f](\tau, x, z) = -\frac{4}{3} \left(y(x, z) + \frac{1}{3\alpha(z)T_0^3} \right)^{4/3} \int \frac{f(\xi-x, \varsigma-z) \mathfrak{S}(\tau, \xi, \varsigma)}{\left(y(x, \varsigma) + \frac{1}{3\alpha(\varsigma)T_0^3} \right)^{7/3}} d\xi d\varsigma.$$

Выбиралась следующая функция Ляпунова:

$$\theta(f) = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z} \right)^2 dz. \quad (4.8)$$

Производная функции Ляпунова по времени:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int \left[\left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z} \right)^2 \right] dz + \int \left(\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial \mathfrak{I}[\mathfrak{S}]}{\partial z} dz. \quad (4.9)$$

Существуют физически осмысленные условия, при которых величина $\frac{d\theta}{dt}$, определяемая из соотношения (4.9), может быть положительной. Из этого следует, что при остывании дисперсного капельного потока могут возникать и существовать конечное время двумерные возмущения поля температуры. Анализ соотношения (4.9) показывает, что обязательным условием для возникновения неустойчивости процесса радиационного остывания движущегося дисперсного потока является значительная оптическая толщина капельного потока.

4.2 Идеализированная задача установления профиля температуры в дисперсном потоке

Процесс остывания капельной пелены происходит следующим образом [52]. Вначале температура всех частиц одинакова и равна T_0 . Затем температура капель на периферии оказывается меньше, чем в ядре потока (рис. 4.2). На некотором расстоянии от генератора капель устанавливается равновесный профиль температуры потока. В дальнейшем остывание происходит с его сохранением. Далее рассматривается процесс установления равновесного профиля температуры.

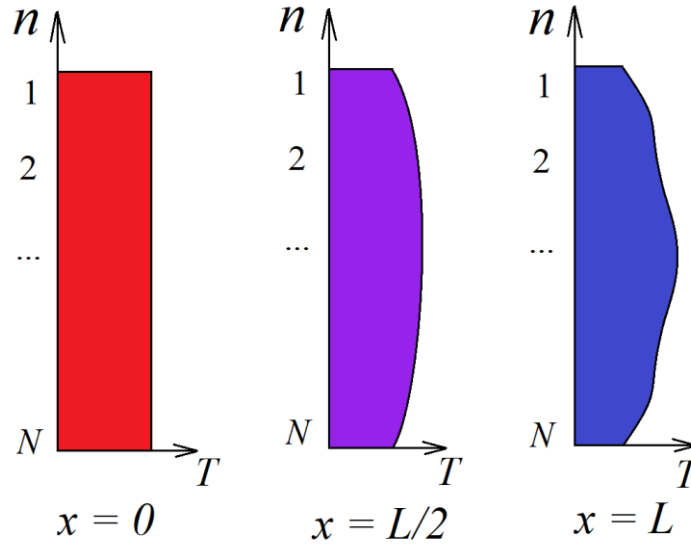


Рисунок 4.2. Процесс установления профиля температуры капельного потока.

Решалось стационарное уравнение остывания частиц дисперсного потока (3.24):

$$\frac{dT_i}{dx} = -\alpha T_i^4(x) + \varepsilon \alpha \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} T_j^4(x - \Delta x_{|i-j|}) + \frac{\alpha P_{\odot i}}{mcu}.$$

Считалось, что внешнее излучение отсутствует, а величина Δx_{ij} – пренебрежимо мала для всех значений i и j . В этом случае система (3.24) принимает вид:

$$\frac{dT_i}{dx} = -\alpha T_i^4(x) + \varepsilon \alpha \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} T_j^4(x). \quad (4.10)$$

Для её решения проводилась замена переменных:

$$\begin{aligned} \xi &= (1 + 3\alpha T_0^3 x)^{-1/12} \\ T_i(\xi) &= T_0 \xi^4 \tau_i(\xi) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Физический смысл величины ξ – скорость охлаждения свободно остывающей капли. При этом ξ убывает с увеличением координаты. А безразмерной температуры τ – отношение температур капли, остывающей в потоке КХИ, и свободно остывающей капли. В новых переменных система (4.10) принимает вид

$$\frac{1}{4}\xi \frac{d\tau_i}{d\xi} = \tau_i^4 - \tau_i - \varepsilon \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} \tau_j^4. \quad (4.12)$$

Начальное условие: $\tau_i(\xi=1) = 1$.

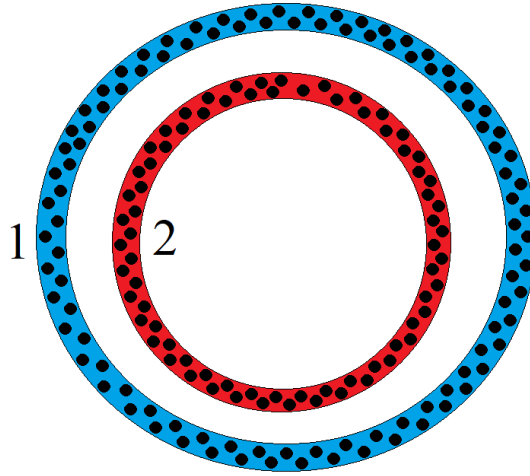


Рисунок 4.3. Модель капельного потока, состоящего из периферии (1) и ядра (2).

Система (4.12) описывает процесс установления профиля температуры капельного потока. В работе ее решение проводилось для случая осесимметричного капельного потока, состоящего из нагретого ядра и охлажденной периферии (рис. 4.2). Остывание в центре потока происходит медленно, а на периферии значительно быстрее. Уравнения остывания:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\xi \frac{d\tau_{\text{я}}}{d\xi} &= (1 - \varphi_1)\tau_{\text{я}}^4 - \tau_{\text{я}} - \varepsilon\psi_1\tau_{\text{п}}^4 \\ \frac{1}{4}\xi \frac{d\tau_{\text{п}}}{d\xi} &= (1 - \varphi_2)\tau_{\text{п}}^4 - \tau_{\text{п}} - \varepsilon\psi_2\tau_{\text{я}}^4, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где ψ_1, ψ_2 – соответственно угловые коэффициенты излучения ядра потока на периферию и обратно, а φ_1 и φ_2 – коэффициенты самооблучения ядра и периферии.

Диссипативная система (4.13) имеет единственное положение равновесия ($\tau_{\text{я}}^*$; $\tau_{\text{п}}^*$), описывающее установившийся профиль температуры. Для исследования решения в малой окрестности положения равновесия вводятся локальные переменные δx и δy : $\tau_{\text{я}} = \tau_{\text{я}}^* + \delta x$ и $\tau_{\text{п}} = \tau_{\text{п}}^* + \delta y$. Линейное приближение системы (4.13):

$$\frac{1}{4}\xi \frac{d}{d\xi} \delta \tau = \hat{A} \delta \tau, \quad (4.14)$$

где матрица $\hat{A} = \begin{pmatrix} 4\tau_{я}^{*3}(1 - \varphi_1) - 1 & -4\varepsilon\psi_1\tau_{п}^{*3} \\ -4\varepsilon\psi_2\tau_{я}^{*3} & 4\tau_{п}^{*3}(1 - \varphi_2) - 1 \end{pmatrix}$, а вектор $\delta \tau = \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix}$. Система (4.14) может быть обобщена на случай большей размерности.

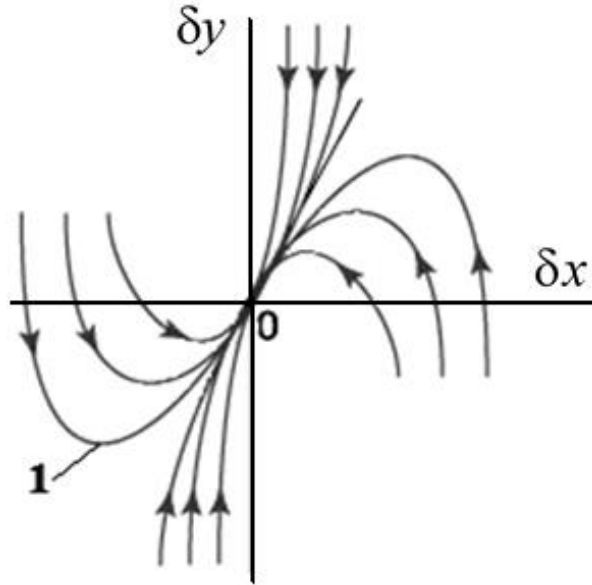


Рисунок 4.4. Решения системы (12) вблизи особой точки. Цифрой 1 обозначена траектория системы с немонотонным изменением безразмерной температуры.

Положение равновесия системы (4.14) – устойчивый узел (рис. 4.4). Поэтому установление профиля температуры капельного потока в общем случае происходит не монотонно и может сопровождаться колебательными процессами.

Ниже рассматривается задача остывания дисперсного потока при значениях кинетических коэффициентов переноса излучения: $\psi_1=0,15$, $\psi_2=0,12$, $\varphi_1=0,85$ и $\varphi_2=0,3$. Величина ε полагается равной единице. В этом случае положение равновесия имеет координаты $\tau_{я}^* \approx 2,1$ а $\tau_{п}^* \approx 1,5$, а собственные числа матрицы $\hat{A}$ равны: $\lambda_1 \approx 16$ и $\lambda_2 \approx 3$.

Оценка скорости установления равновесного профиля температуры в капельном потоке проводилась в двумерном гильбертовом пространстве $\{\tau_{я}; \tau_{п}\}$. Символом h обозначалось расстояние между координатой некоторой точки и

положением равновесия. Использовалось предположение о том, что траектория системы (4.13) в пространстве $\{\tau_y, \tau_n\}$ – прямая, соединяющая начальную точку с координатами (1, 1) и положение равновесия $(\tau_y^*; \tau_n^*)$. Анализ результатов расчётов свидетельствует о том, что направление собственного вектора матрицы $\hat{A}$ в пространстве $\{\tau_y; \tau_n\}$, соответствующего собственному числу λ_2 , близко к направлению модельной траектории системы (9) (см. [6]). Если движение по траектории описывается уравнением

$$\frac{1}{4}\xi \frac{dh}{d\xi} = \lambda_2 h, \quad (4.15)$$

то решение записывается в виде

$$h = h_0 \xi^{4\lambda_2}, \quad (4.16)$$

где $h_0 = ((\tau_y^* - 1)^2 + (\tau_n^* - 1)^2)^{1/2}$. Из выражения (4.16) следует, что в области сбора капельного потока $h \approx h_0 (T_k / T_0)^{\lambda_2}$, где T_k – конечная среднемассовая температура. В случае изменения температуры капель в КХИ от 360 К до 310 К, при $\lambda_2 \approx 3$, $h \approx 0,65 h_0$, поле температуры вблизи зоны улавливания оказывается в полтора раза ближе к состоянию равновесия диссипативной системы, чем в начале остывания.

4.3 Влияние внешнего излучения на установление профиля температуры

Для моделирования влияния внешнего излучения на установление профиля температуры в радиационно остывающем дисперсном потоке в уравнении остывания добавляется член $\Psi_i(\xi)$, описывающий действие этого фактора:

$$\frac{1}{4}\xi \frac{d\tau_i}{d\xi} = \tau_i^4 - \tau_i - \varepsilon \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} \tau_j^4 - \Psi_i(\xi). \quad (4.17)$$

В малой окрестности положения равновесия невозмущённой задачи (4.12) траектория системы (4.17) описывается приближенным линейным уравнением

$$\frac{1}{4}\xi \frac{d}{d\xi} \delta\tau = \hat{A} \delta\tau - \Psi(\xi). \quad (4.18)$$

Положение равновесия системы (4.18) движется со скоростью $\partial_{\xi}\delta\mathbf{r}$:

$$\partial_{\xi}\delta\mathbf{r}(\xi) = \hat{A}^{-1} \frac{d}{d\xi} \Psi(\xi), \quad (4.19)$$

где $\hat{A}^{-1}$ – матрица, обратная матрице $\hat{A}$. Траектория системы следует за положением равновесия на некотором расстоянии Δ :

$$\Delta = \frac{1}{\lambda_2} |\partial_{\xi}\delta\mathbf{r}(\xi)|. \quad (4.20)$$

Из соотношения (4.20) видно, что по мере остывания дисперсного потока вектор скорости движения положения равновесия $\partial_{\xi}\delta\mathbf{r}$ может менять направление. В результате действия этого фактора, а также того что фазовые траектории системы вблизи положения равновесия имеют достаточно сложную форму (рис. 4.4), в решении системы (4.15) могут возникать колебания. Их амплитуда может быть оценена величиной Δ .

Для капельного потока, состоящего из ядра и периферии (рис. 4.3) принимается $\Psi_{\text{я}} = 0$, а интенсивность воздействия внешнего излучения на периферию равной некоторой постоянной величине $\Psi_{\text{п}} = q$. Тогда

$$\Delta = \frac{1}{\lambda_2} \frac{q}{\alpha T_0^4} \frac{1}{\xi^{17}}. \quad (4.21)$$

Для приведённых выше значений кинетических коэффициентов переноса излучения в случае, когда отношение интенсивности внешнего излучения к мощности теплового излучения потока $q/(\alpha T_0^4) = 1/3$, величина $\Delta \sim 0,05$.

Проведено численное решение задачи об установлении температуры в дисперсном потоке (4.17). Величины интегральной степени черноты капель и кинетических коэффициентов переноса излучения принимались равными соответственно: $\varepsilon = 1$, $\psi_1=0,15$, $\psi_2=0,12$, $\phi_1=0,85$, $\phi_2=0,3$. Величина $\alpha=4,25 \cdot 10^{-10} \text{ м}^{-1}\text{К}^{-3}$ и соответствовала параметрам капель вакуумного масла ВМ1-С радиусом 100 мкм.

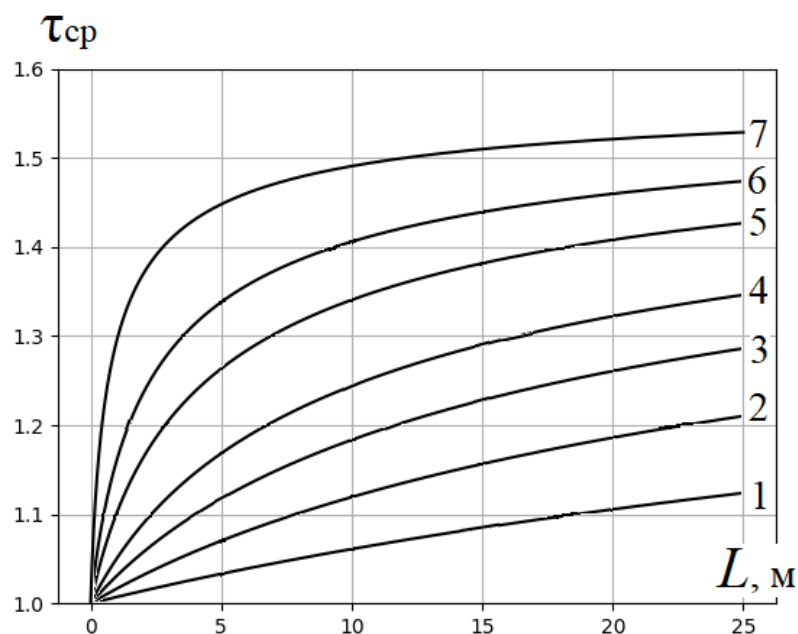


Рисунок 4.5. Зависимость $\tau_{\text{ср}}$ от координаты: 1 - $T_0 = 300$ К; 2 - $T_0 = 400$ К; 3 - $T_0 = 500$ К; 4 - $T_0 = 600$ К; 5 - $T_0 = 800$ К; 6 - $T_0 = 1000$ К; 7 - $T_0 = 1500$ К.

В первой серии расчётов исследовалось остывание дисперсного потока при различных начальных значениях температуры капель T_0 без учёта внешнего излучения. В предположении, что масса капель в ядре капельного потока равна массе капель на его периферии, среднемассовая температура потока T_c в точке с координатой x может быть представлена в виде:

$$T_c(x) = T_1(x)(\tau_{\text{я}}(x) + \tau_{\text{п}}(x))/2, \quad (4.22)$$

где зависимость $T_1(x) = T_0(3\alpha T_0^3 x + 1)^{-1/3}$ характеризует скорость остывания одиночной капли. Из соотношения (4.22) следует, что влияние процесса установления профиля температуры на среднемассовую температуру потока описывается зависимостью от координаты комплекса $\tau_{\text{ср}} = (\tau_{\text{я}} + \tau_{\text{п}})/2$. На рис. 4.5 изображено изменение $\tau_{\text{ср}}(x)$ при различных значениях начальной температуры капель. Результаты расчетов показывают, что при $T_0 < 1500$ К процессы установления профиля температуры не успевают завершиться.

На рис. 4.6 представлены результаты численного моделирования установления температуры в системе координат $\{\tau_{\text{я}}, \tau_{\text{п}}\}$. Цифрой I обозначена кривая, рассчитанная без учёта внешнего излучения (соответствует результатам расчётов, приведённых на рис. 4.5), цифрой II – с учётом внешнего излучения постоянной интенсивности $q/(\alpha T_0^4) = 0,33$. Арабскими цифрами и малыми латинскими буквами обозначены конечные точки траектории системы (при длине пролёта капель 25 м), рассчитанные для различных значений начальной температуры T_0 . Положение равновесия системы (9) B обозначено звёздочкой.

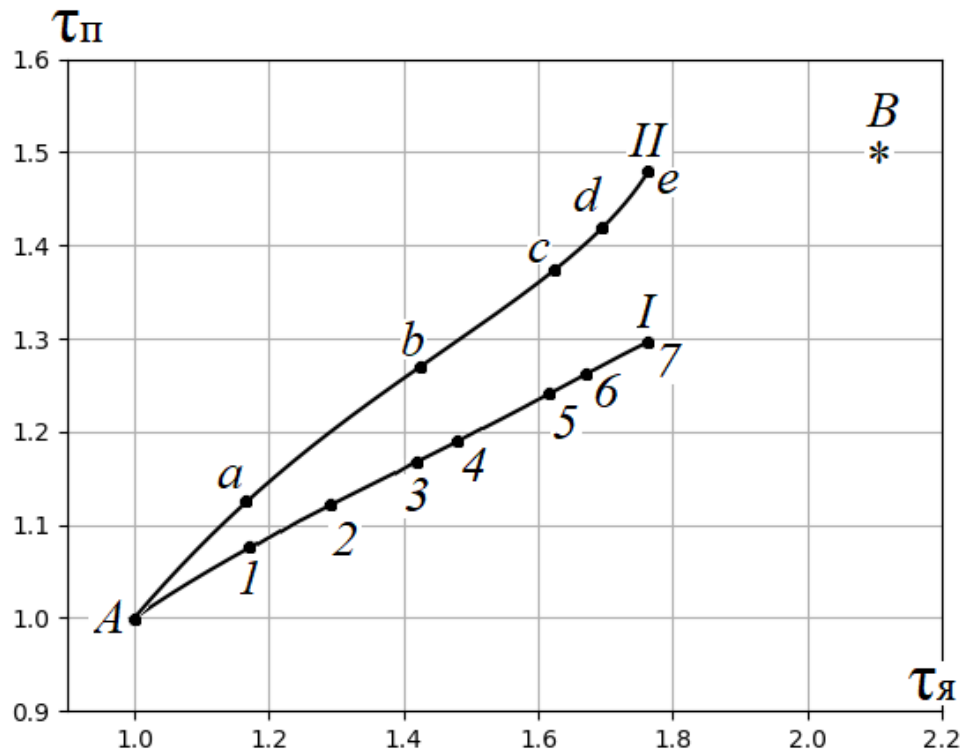


Рисунок 4.6. Результаты численного моделирования процесса установления профиля температуры: I – при отсутствии внешнего излучения, II – при наличии внешнего излучения постоянной интенсивности. A – начальная точка; конечные точки:

1 – $T_0 = 300$ К; 2 – $T_0 = 400$ К; 3 – $T_0 = 500$ К; 4 – $T_0 = 600$ К; 5 – $T_0 = 800$ К;
 6 – $T_0 = 1000$ К; 7 – $T_0 = 1500$ К. a – $T_0 = 300$ К; b – $T_0 = 400$ К; c – $T_0 = 500$ К;
 d – $T_0 = 600$ К; e – $T_0 = 800$ К; B* – положение равновесия системы.

Из анализа рис. 4.6 следует, что даже в гипотетическом модельном случае когда начальная температура равна 1500 К, система (4.17) находится вдали от положения равновесия. Таким образом модель мгновенного установления профиля температуры в дисперсном потоке неприменима для расчёта как низкопотенциальных, так и высокотемпературных излучателей.

Анализ результатов, представленных на рис. 4.6 показывает, что предположения, с использованием которых получено соотношение (4.16), выполняются с хорошей точностью. Сравнение результатов численного расчёта (кривая I) скорости приближения диссипативной системы (4.13) к аттрактору ($\tau_{\text{я}}^*$; $\tau_{\text{п}}^*$) и приближённого соотношения (4.16) показывает, что погрешность оценки, полученной в линейном приближении, находится в пределах $\sim 15\ldots 20\%$.

Из рис. 4.6 следует что при наличии внешнего излучения в решении системы (4.17) возникают волновые процессы, характеризующиеся амплитудой волн $\Delta \sim 0,035$. Эта величина хорошо согласуется с аналитической оценкой (4.21).

Таким образом, нелинейный процесс установления температуры оказывает заметное влияние на энергетические характеристики бескаркасных систем отвода низкопотенциального тепла в космосе.

4.4 Влияние дальних радиационных взаимодействий на установление профиля температуры

Исследование решения системы уравнений (3.24) проводилось в безразмерных переменных ξ и τ . Считается, что $\Delta x_{i,j}$ – малая величина. Линейное приближение разложения системы (3.24) в степенной ряд по величине запаздывания Δx записывается в виде:

$$\frac{1}{4}\xi \frac{d\tau_i}{d\xi} = \tau_i^4 - \tau_i - \varepsilon \sum_{j=1}^N \varphi_{|i-j|} [1 + 4\alpha T_0^3 \xi^{12} \Delta x_{|i-j|}] \tau_j^4 \left(\xi + \Delta x_{|i-j|} \frac{\alpha T_0^3 \xi^{12}}{4} \right) - \Psi_i. \quad (4.23)$$

Из-за того, что ξ убывает с увеличением координаты, система с запаздыванием (3.24) в новых переменных трансформируется в систему с опережением (4.23). Для упрощения задачи считается, что капельный поток состоит из двух элементов структуры – ядра и периферии (рис. 4.3), внешнее излучение отсутствует, $\varepsilon = 1$, а величина запаздывания одинакова для всех элементов структуры и равна Δx . Вводится обозначение $w = \alpha T_0^3 \xi^{12} \Delta x$. По аналогии с предыдущим разделом, решение задачи исследуется вблизи положения равновесия, производится переход к переменным δx и δy . В результате система (4.23) записывается в виде:

$$\frac{1}{4} \xi \frac{d}{d\xi} \delta \tau = \hat{B} \delta \tau + \hat{\Omega} \delta \tau (\xi + w/4), \quad (4.24)$$

где матрица $\hat{B} = \begin{pmatrix} 4\tau_{\text{я}}^{*3}(1 - \varphi_1) - 1 & 0 \\ 0 & 4\tau_{\text{п}}^{*3}(1 - \varphi_2) - 1 \end{pmatrix}$,

а матрица $\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -4\psi_1 \tau_{\text{п}}^{*3}(1 + 4w) \\ -4\psi_2 \tau_{\text{я}}^{*3}(1 + 4w) & 0 \end{pmatrix}$.

Положение равновесия системы (4.24) движется при изменении величины ξ со скоростью

$$\partial_{\xi} \delta \mathbf{r}(\xi) \approx -3w \left(\hat{A}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \psi_1 \tau_{\text{п}}^{*3} \\ \psi_2 \tau_{\text{я}}^{*3} \end{pmatrix} \right). \quad (4.25)$$

Поскольку вектор скорости движения положения равновесия $\partial_{\xi} \delta \mathbf{r}$ меняет направление при изменении ξ , возникают колебания фазовой траектории системы. Их амплитуда может быть оценена по формуле (4.21).

Развитие возмущений в поле температуры дисперсного потока моделировалось с помощью характеристического уравнения для системы с опережением (4.24):

$$\det(\lambda \hat{E} - \hat{B} - \hat{\Omega} e^{\lambda w/4}) = 0. \quad (4.26)$$

Из-за того, что ξ убывает с увеличением координаты, растущим возмущениям соответствует отрицательное значение величины λ . С использованием обозначений:

$a = (4(1-\varphi_1)\tau_{я}^{*3} + 4(1-\varphi_2)\tau_{п}^{*3}-2)$, $b = (1 - 4(1-\varphi_1)\tau_{я}^{*3})(1 - 4(1-\varphi_2)\tau_{п}^{*3})$ и $d = 16 \psi_1\psi_2\tau_{я}^{*3}\tau_{п}^{*3}$, соотношение (4.26) можно переписать в виде:

$$\lambda^2 - a\lambda + b = d(1 + 4w)^2 e^{\lambda w/2}. \quad (4.27)$$

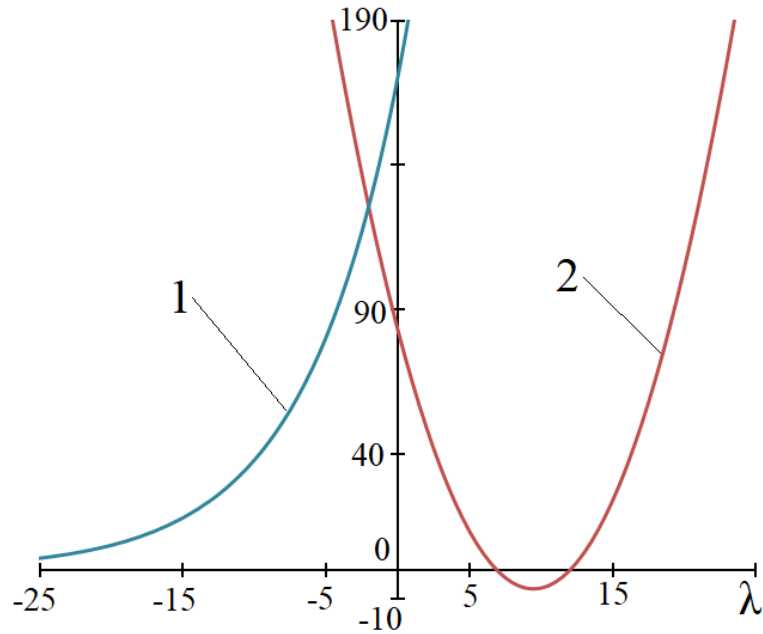


Рисунок 4.7. Решение системы уравнений (4.27) для $\psi_1=0,3$, $\psi_2=0,12$, $\varphi_1=0,85$, $\varphi_2=0,3$, $w=0,3$: 1 – зависимость $(\lambda^2 - a\lambda + b)$; 2 – зависимость $d(1+4w)^2 e^{\lambda w/2}$.

В зависимости от значений параметров задачи, уравнение (21) может иметь одно, два или три решения. При этом для значений параметров ψ_1 , ψ_2 , φ_1 и φ_2 , имеющих физический смысл, существуют решения системы (4.23), соответствующие растущим возмущениям поля температуры в дисперсном потоке. Так, при $\psi_1=0,3$, $\psi_2=0,12$, $\varphi_1=0,85$ и $\varphi_2=0,3$, когда $w > 0,14$, (4.27) имеет одно отрицательное решение, соответствующее растущим возмущениям поля температуры (см. рис. 4.7). Когда запаздывание в системе мало и $w_{гр} < 0,14$, возмущения поля температуры затухают.

Дополнительно решена задача определения минимального значения величины запаздывания Δx_{min} , при которой для начальной температуры частиц T_0 процесс

радиационного остывания неустойчив по отношению к возмущениям поля температуры. Величина w может быть представлена в виде:

$$w(x) = \alpha T_0^3 \Delta x (1 + 3\alpha T_0^3 x)^{-1}. \quad (4.28)$$

Из анализа соотношения (4.28) следует, что w уменьшается с увеличением координаты x , а наибольшее значение имеет вблизи генератора, где значение x близко к нулю. Поскольку соотношение (4.28) применимо в случае, когда $x > \Delta x$, считалось что $\Delta x = x$. Для рассмотренных выше параметров капельного потока:

$$w_{\text{гр}} = \alpha T_0^3 \Delta x (1 + 3\alpha T_0^3 \Delta x)^{-1}, \quad (4.29)$$

где $w_{\text{гр}} = 0,14$. На рис. 4.8 представлена зависимость $\Delta x_{\min}(T_0)$. При повышении температуры $\Delta x_{\min}$ быстро уменьшается. Однако при разумных значениях температуры рабочего тела (менее 1000 К), величина $\Delta x_{\min}$ достаточно велика и составляет несколько десятков сантиметров.

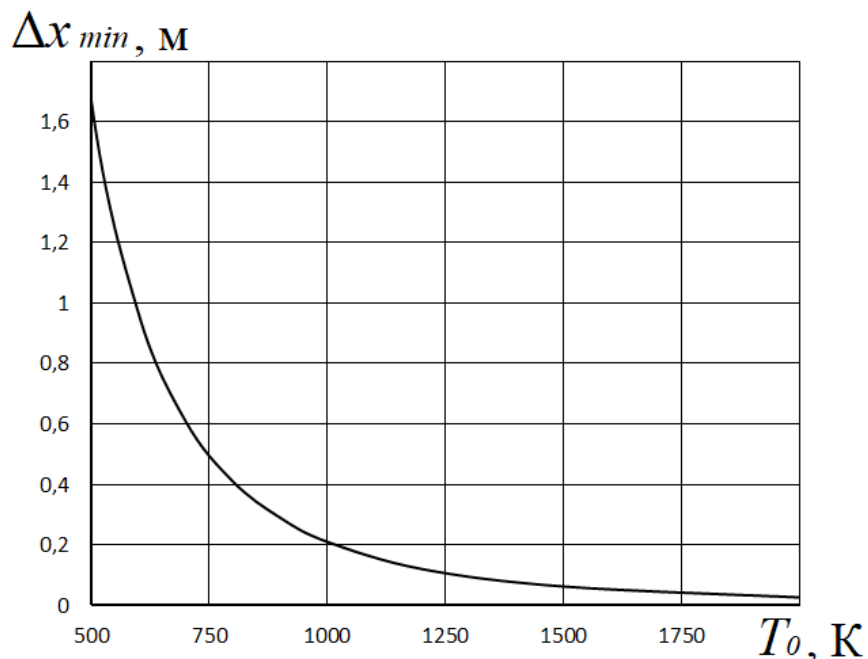


Рисунок 4.8. Зависимость $\Delta x_{\min}(T_0)$. $\psi_1=0,3$, $\psi_2=0,12$, $\phi_1=0,85$, $\phi_2=0,3$, $r = 100$ мкм, $\rho = 800$ кг/м³, $c = 800$ Дж·кг/К, $u = 2$ м/с.

Из соотношения (4.29) следует, что по мере распространения капельного потока, величина w быстро уменьшается и становится меньше $w_{гр}$, из-за чего возмущения поля температуры затухают. С другой стороны, вблизи генератора капельная пелена близка к состоянию термодинамического равновесия, и процесс радиационного остывания не сопровождается развитием неустойчивостей. Таким образом, неустойчивость процесса радиационного остывания капельного потока может существовать лишь в ограниченной области.

Численное решение системы (4.23) проводилось для случая: $\Psi_{п} = 0,15$, $\Psi_{я} = 0$, $\Delta x/l = 0,05$, $\psi_1 = 0,3$, $\psi_2 = 0,12$, $\phi_1 = 0,85$, $\phi_2 = 0,3$, $\epsilon = 1$, $\alpha T_0^3 l = 7/3$. Конечное значение ξ в расчётах равно 0,4. Начальное условие: $\tau_{я} = \tau_{п} = 1$.

Результаты расчётов представлены на рис. 4.9. Видно, что исследуемая система уравнений имеет колебательные решения. В некоторых случаях колебания могут иметь достаточно большую амплитуду. Отметим, что траектория 2, соответствующая решению задачи в идеализированной постановке без учёта дальних радиационных взаимодействий и внешнего излучения, заканчивается достаточно далеко от положения равновесия ($\tau_{я}^* \approx 2,36$, $\tau_{п}^* \approx 1,67$).

В предположении, что масса капель в ядре капельного потока равна массе капель на его периферии, среднемассовая температура потока T_c в точке с координатой x может быть представлена в виде:

$$T_c(x) = T_0 \xi^4(x) (\tau_{я}(x) + \tau_{п}(x)) / 2. \quad (4.30)$$

Из соотношения (4.30) следует, что влияние процесса установления профиля температуры на среднемассовую температуру потока и тепловую мощность КХИ описывается зависимостью от координаты комплекса $\tau_{ср} = (\tau_{я} + \tau_{п}) / 2$. Амплитуда колебаний этого комплекса для траекторий системы, представленных на рис. 7, достигает 5 % от мощности КХИ. Скорость затухания этих колебаний согласуется с результатами аналитических оценок, полученных в предыдущем разделе.

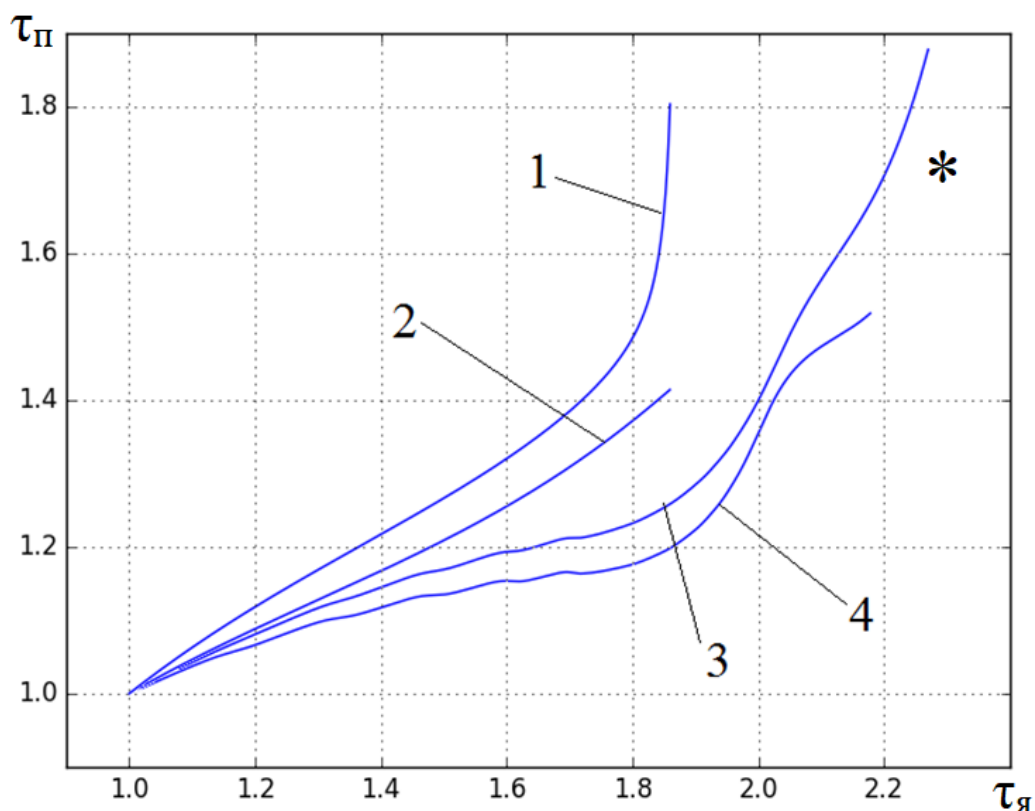


Рисунок 4.9. Численное решение системы уравнений (17). 1 – учтено солнечное излучение; 2 – без учёта солнечного излучения и дальних радиационных взаимодействий; 3 – с учетом солнечного излучения и дальних радиационных взаимодействий; 4 – учтены дальние радиационные взаимодействия; * – положение равновесия идеализированной задачи (4.10).

4.5 Численное решение уравнений остывания капельного потока

Проводилось численное решение системы интегро-дифференциальных уравнений (3.24), получено для капельной пелены, состоящей из семи слоёв и имеющей форму прямоугольного параллелепипеда. Считалось что толщина потока составляет 0,1 м; для второго расчета – 0,5 м. Длина пролёта капель равнялась $l = 10$ м, радиус – $r = 50$ мкм, начальная температура $T_0 = 600$ К, плотность рабочего тела $\rho = 1100$ кг/м³, $c = 600$ Дж/(кг·К). Упаковка частиц в капельных слоях считалась квадратной, расстояние между соседними частицами составляло 250 мкм.

Расчёт функции $f_{[i-j]}(x)$ проводился по методике, изложенной в разделе 3. На рис. 3.9 изображена зависимость функции

$$F_1(x) = \frac{1}{\varphi_1} \int_{-\infty}^x f_1(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad (4.23)$$

от координаты x , выраженной в единицах h – расстояния между исследуемой каплей и капельным слоем. Из графика видно, что характерная длина радиационных взаимодействий составляет $\sim 10h$. Таким образом, для капельного потока толщиной 0,1 м необходимо учитывать радиационные взаимодействия между каплями, расположенными на расстоянии ~ 1 м, при толщине 0,5 м – на расстоянии ~ 5 м.

На рис. 4.8 изображена фазовая траектория процесса остывания капельного потока в координатах $(\tau_1; \tau_4)$, где τ_1 – безразмерная температура граничного капельного слоя с номером 1, а τ_4 – безразмерная температура центрального капельного слоя с номером 4 (расположение капельных слоёв см. на рис. 4.9) для толщин потока, равных 0,1 и 0,5 м. При увеличении дальности радиационных взаимодействий частиц, колебательные явления, сопровождающие остывание потока, увеличивают интенсивность.

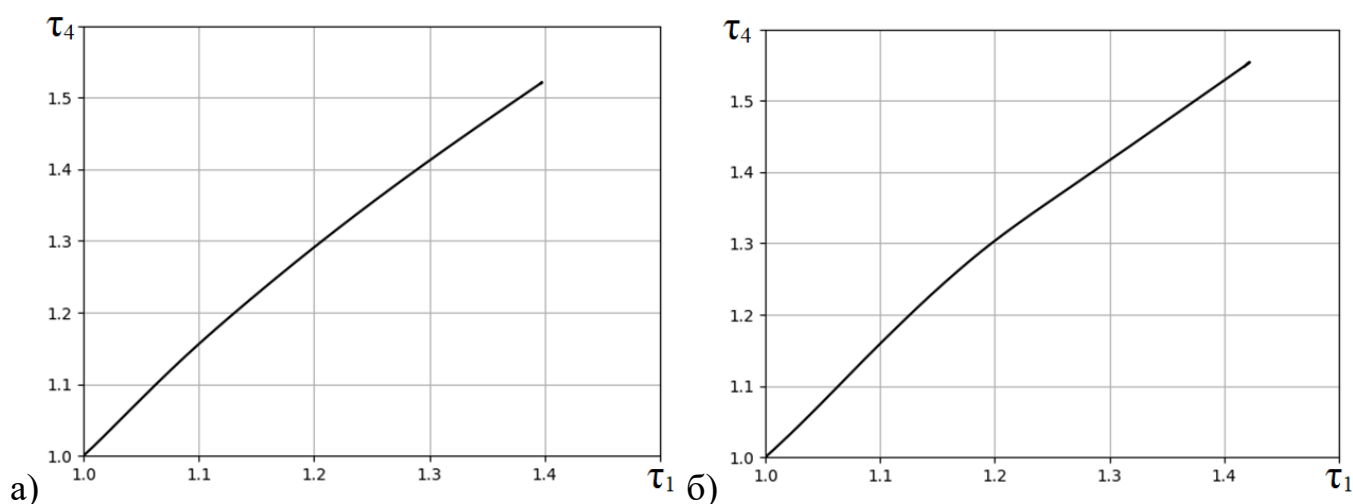


Рисунок 4.8. Траектория системы (4.4). Толщина потока: а) 0,1м и б) 0,5м.

Численно и аналитически исследовано влияние дальних радиационных взаимодействий на развитие тепловых волн в радиационно остывающем дисперсном потоке низкопотенциального КХИ. Показано, что радиационное остывание капель и установление равновесного профиля температуры в потоке могут сопровождаться колебательными процессами. Рассчитана интенсивность колебательных явлений, определена скорость их затухания. Проведено сравнение результатов теоретического анализа и численного расчёта реального капельного потока. Определено влияние дальних радиационных взаимодействий на тепловую мощность КХИ.

Заключение

Основные результаты работы могут быть сведены к следующему.

1 Создан метод расчёта капиллярного распада вязких струй теплоносителей, потенциально пригодных для использования в бескаркасных системах отвода низкопотенциального тепла в космосе.

2 Разработана модель образования микросателлитов в процессе капиллярного распада сильно вязких струй. Показано хорошее соответствие результатов численного расчёта с экспериментальными данными.

3 Сформулированы рекомендации по определению оптимальных параметров работы генераторов капель бескаркасных космических излучателей.

4 Создан универсальный метод расчёта радиационного теплообмена в дисперсном потоке капельного холодильника – излучателя.

5 Разработана методика расчёта кинетических коэффициентов переноса излучения в капельном потоке.

6 Установлены закономерности нестационарных процессов радиационного остывания диспергированной капельной пелены.

7 Сформулированы рекомендации по проектированию оптимальной геометрической структуры капельного потока.

Список литературы

- 1 Mattick, A. T., Hertzberg, A. Liquid droplet radiators for heat rejection in space, Energy to the 21st century; Proceedings of the Fifteenth Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Seattle, Wash., August 18-22, 1980. V. 1. (A80-48165 21-44) New York, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1980, p. 143-150.
- 2 Mattick, A. T. and Hertzberg, A. Liquid Droplet Radiators for Heat Rejection in Space. Journal of Energy, Vol. 5, No.6, Nov.-Dec. 1981, pp. 387-393.
- 3 Mattick, A. T. and Hertzberg, A., "The Liquid Droplet Radiator—An Ultralight Heat Rejection System for Efficient Energy Conversion in Space," Preprint IAF-81-185, 32nd Congress of the International Astronautical Federation, Rome, Italy, Sept. 6-12, 1982.
- 4 Mattick, A. T. and Hertzberg, A. The Liquid Droplet Radiator—An Ultralight Heat Rejection System for Efficient Energy Conversion in Space. Acta Astronautica, Vol. 8, No. 3, pp 165-172, 1982.
- 5 Taussig, R. T., Mattick, A. T.: Droplet Radiator Systems for Spacecraft Thermal Control, J. Spacecr. Rockets, Vol. 23, No. 1, pp. 10–17, 1986.
- 6 D. L. Chubb, K. A. White. Liquid Sheet Radiator. AIAA 22nd Thermophysics Conference, 1987.
- 7 D.L. Chubb, F.D. Calfo. Scaling results for the liquid sheet radiator. Energy Conversion Engineering Conference 1989. IECEC-89. Proceedings of the 24th Intersociety, pp. 45-50 vol.1, 1989.
- 8 A Study of Thin Liquid Sheet Flows, NASA Technical Memorandum 106323, August, 1993.
- 9 Donald L. Chubb, Frederick D. Calfo, Marc W. McConley, Matthew S. McMasters, and Abdollah A. Afjeh. "Geometry of thin liquid sheet flows", AIAA Journal, Vol. 32, No. 6 (1994), pp. 1325-1328.
- 10 Englehart A.N., McConley, M.W., Chubb D.L. Emittance Measurements for a Thin Liquid Sheet Flow. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 3 (1996), pp. 547-549.
- 11 L A Tagliafico, M Fossa. Liquid sheet radiators for space power systems. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering June 1, 1999 Vol. 213 No. 6, pp. 399-406.

12 Botts, T.E., Powell, J.R., and Horn, F.L. Magnetic Focusing of Liquid Droplet Sheets for Heat Rejection in Space. Air Force Rocket Propulsion Laboratory Report AFRPLTR-83-072, Dec. 1983.

13 Liquid Droplet Radiator Development Status (NASA). K. Alan White, I11 Lewis Research Center Cleveland, Ohio. Prepared for the 22nd Thermophysics Conference sponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics Honolulu, Hawaii, July 8-10, 1987. 28 p.

14 Trueblood, B., Pressentin, R., Bruckner, A. P., Hertzberg, A. Multimegawatt nuclear power system for lunar base applications, Transactions of the Fourth Symposium on Space Nuclear Power Systems p 493-495.

15 Wong-Swanson B. Factors which affect heat rejection system design for lunar production systems // AIAA and SSI. 1991. P. 1—6.

16 Conceptual design of liquid droplet radiator Shuttle – attached experiment. Final Report. Bethpage, New York, October 1989. 30 p.

17 Аметистов Е. В., Дмитриев А. С. Монодисперсные системы и технологии. — М.: Изд-во МЭИ, 2002. — 390 с. — ISBN 5-7046-0875-2.

18 Albert J. Juhasz, George P. Peterson, Review of Advanced Radiator Technologies for Spacecraft Power Systems and Space Thermal Control, NASA Technical Memorandum 4555, June 1994.

19 A. F. Massardo, L. A. Tagliafico, M. Fossa, A. Agazzani. Solar Space Power System Optimization with Ultralight Radiator. Journal of Propulsion and Power, Vol. 13, No. 4 (1997), pp. 560-564.

20 Tsuyoshi Totani, Takuya Kodama, Harunori Nagata, Isao Kudo. Thermal Design of Liquid Droplet Radiator for Space Solar-Power System. Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 42, No. 3 (2005), pp. 493-499.

21 Totani, T., Kodama, T., Watanabe, K., Nagata, H., Kudo, I. Experimental Study on Convergence of Droplet Streams. Z-Tec Publishing, Bremen Microgravity Science Technology. XVII-3. 2005.

22 T. Totani, M. Itami, S. Yabuta, H. Nagata, I. Kudo, A. Iwasaki, S. Hosokawa. Performance Test under Microgravity on a Centrifugal Droplet Collector for Liquid Droplet Radiator. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part B 68(674). Pp: 2780-2787, 2002.

23 T. Totani, M. Itami, H. Nagata, I. Kudo, A. Iwasaki, S. Hosokawa. Performance of droplet generator and droplet collector in liquid droplet radiator under microgravity. *Microgravity Science and Technology*, June 2002, Pp. 42-45.

24 Konopka W., Calia V., Brown R. Liquid droplet radiator passive collector testing// *Proc. 20th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, 1985, 12-23 Aug., Miami Beach, Florida, v.1, pp. 1430-1438.

25 T. Kodama, K. Watanabe, K. Nanbu, H. Nagata, I. Kudo. Numerical and experimental studies on circulation of working fluid in liquid droplet radiator. *Acta Astronautica*, Volume 59, Issues 1–5, July–September 2006, Pages 192–199.

26 Tsuyoshi Totani¹, Takuhiro Takekoshi, Masashi Wakita, Harunori Nagata Automatic Control on Circulation of Working Fluid in Liquid Droplet Radiator. *Proceedings of the 13th Asian Congress of Fluid Mechanics* 17-21 December 2010, Dhaka, Bangladesh.

27 T. Joslyn. Charging Effects on Fluid Stream Droplets for Momentum Exchange Between Spacecraft. Ph.D. Thesis, University of Colorado at Colorado Springs, 2009.

28 Thomas B. Joslyn (AFIT); Andrew D. Ketsdever (AFRL/RZSA). Liquid Droplet Thrusters to Provide Constant Momentum Exchange Between Formation Flying Spacecraft. Technical Paper. Air Force Research Laboratory (AFMC). For presentation at the 57th JANNAF Joint Subcommittee Meeting, Colorado Springs, CO, 3-7 May 2010. 18-03-2010.

29 Fluid Stream Momentum Transfer for High-efficiency Propulsion of Lunar and Interplanetary Spacecraft. Thomas B. Joslyn US Air Force Academy, USA.

30 Thomas B., Andrew D. Constant Momentum Exchange Between Microspacecraft Using Liquid Droplet Thrusters. 46th Joint Propulsion Conference. 2010. V. 69. Pp. 25-28.

31 T. B. Joslyna, A. D. Ketsdeverb. Droplet Charging Effects in the Space Environment. *AIP Conf. Proc.* 1333, 1079 (2011). Conference date: 10–15 July 2010.

32 R.R. Buch, A.R. Huntress. Organosiloxane working fluids for the liquid droplet radiator. Final Report (Dow Coming Corp.), 1985, 174 p.

33 Daniel A. G., Carolyn E. C. Effect of an Oxygen Plasma on the Physical and Chemical Properties of Several Fluids for the Liquid Droplet Radiator. Prepared for the 25th Aerospace Sciences Meeting sponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics Reno, Nevada, January 12-15, 1987, 13 p.

34 M.E. Orme, E.P. Muntz. Method for droplet stream manufacturing. US 5171360 A. 1990. University Of Southern California.

- 35 John L. Dressler. Liquid droplet generator. US 5248087 A. 1992.
- 36 J.B. Blackmon, R.E. Drubka. Turbulent droplet generator with boom mounted pitot pump collector. US 5176326 A. McDonnell Douglas Corporation.
- 37 E. P. Muntz, M. Orme, T. Farnham, G. Pham Van Diep, P. Huerre. Liquid Droplet Generation. Final Report (University of Southern California). 1983. 72 p.
- 38 D.B. Wallace, D.J. Hayes, J.M. Bush. Study of Orifice Fabrication Technologies for the Liquid Droplet Radiator. NASA Contractor Report 187114. 1991. 55 p.
- 39 Orme, M., Willis, K., Nguyen, V. Droplet Patterns from Capillary Stream Break-Up. *Physics of Fluids A*, Vol. 5, No. 1, 1993, p. 80-90.
- 40 Orme. On the Genesis of Droplet Stream Microspeed Dispersions. *Physics of Fluids A—Fluid Dynamics*, vol. 3, No. 12, Dec. 1991, pp. 2936-2947.
- 41 M. Orme. Experiments on droplet collisions, bounce, coalescence and disruption. *Prog, Energy Combust. Sci.* Vol. 23, pp. 65-79, 1997.
- 42 M. Orme. Experiments on droplet collisions, bounce, coalescence and disruption. *Progress in Energy and Combustion Science*, 23(1). 1997. Pp. 65-79.
- 42 K. Willis, M. Orme. Experiments on the dynamics of droplet collisions in a vacuum. *Experiments in Fluids*, 29. 2000. Pp. 347-358.
- 43 Orme M. Binary droplet collisions in a vacuum environment: an experimental investigation of the role of viscosity. *Experiments in Fluids*. 34. 2003. Pp. 28–41.
- 44 M. Orme, J. Courter, Q. Liu, C. Huang, R. Smith. Electrostatic charging and deflection of nonconventional droplet streams formed from capillary stream breakup. *Physics of Fluids*, Vol. 12, N. 9. 2000. Pp. 2224-2235.
- 46 M. Orme. Mutual electrostatic interactions between closely spaced charged solder droplets. *Atomization and Sprays*. Atomization and Sprays, November 2000.
- 47 A. P. Brucknsr, A. Hertzberg. Direct contact droplet heat exchangers for thermal management in space. IECEC '82; Proceedings of the Seventeenth Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Los Angeles, CA, August 8-12, 1982. Volume 1. (A83-27126 11-44) New York, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1982, p. 107-112.
- 48 A. P. Brucknsr, A. T. Mattick. High effectiveness liquid droplet/gas heat exchanger for space power applications. Inter report. HC A02/MF A01. Washington Univ. 10 p. 1983.

49 A. P. Brucknsr, A. T. Mattick. High effectiveness liquid droplet/gas heat exchanger for space power applications. *Acta Astronautica*, 11. Pp. 519-526. 1983.

50 A. Hertzberg, A. T. Mattick, A. P. Brucknsr. Basic and applied research related to the technology of space energy conversion systems. Semi-Annual Report February 8, 1988 - August 8, 1988 NASA. Grant NAG 1-327. University of Washington Seattle, WA 98195.

51 Ю.Г. Демянко, Г.В. Конюхов, А.С. Коротеев, Е.П. Кузьмин, А.А. Павельев. Ядерные ракетные двигатели. М.: ООО .Норма-Информ., 2001.

52 R. Siegel, Separation of variables solution for nonlinear radiative cooling, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, V. 30, I. 5, May 1987, P. 959–965.

53 L. H. Liu A concept of multi-scale modeling for radiative heat transfer in particle polydispersions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* Volume 78, Issue 2, 2003.

54 J. Yin, L. Liu. Analysis of the radiation heat transfer process of phase change for a liquid droplet radiation in space power systems. *Front. Energy*, 5(2), 2011, Pp. 166–173.

55 K. O. Ohta, R.T. Graf, H. Ishida. Evaluation of space radiator performance by simulation of infrared emission. *Applied Spectroscopy*, Volume 42, Number 1, 1988. Pp. 114-120.

56 A. N. Englehart, M. W. McConley, D. L. Chubb. Emittance Measurements for a Thin Liquid Sheet Flow. *Jouronal of Termophysics and heat transfer*, Volume10,Number3, 1996. Pp. 547-549.

57 Отчёт 353П-000-16210-102. Тема НИР. Фозт-БН. Проведение информационно - патентных исследований по проблеме создания высокоэффективных холодильников - излучателей / ЦСКБ - Институт ядерной энергетики АН БССР; утв. Сорокин В.Н.. - 1990. - 113с.

58 Конюхов Г.В., Баушев Б.Н. и др. Капельный холодильник - излучатель для космических энергетических установок. IV Минский Международный форум, т.Х, Минск, 2000.

59 Г.В. Конюхов, А.А. Коротеев Капельные холодильники-излучатели космических энергетических установок нового поколения. *Электронный журнал Труды МАИ*, выпуск №25.

60 А.А. Коротеев. Капельные холодильники - излучатели космических энергетических установок нового поколения. М.: ОАО "Издательство "Машиностроение", 2008.

61 Коротеев А.А., Нагель Ю.А., Сафронов А.А. Решение краевой задачи для уравнения Пуассона для движущейся заряженной капельной пелены в форме прямоугольного параллелепипеда. Журнал «Электричество», 2014/07.

62 Конюхов Г.В., Коротеев А.А., Полуэктов В.П. Исследование рабочего процесса в капельном холодильнике - излучателе в условиях микрогравитации и глубокого вакуума. Общероссийский научно - технический журнал "Полёт". 2001. №4.

63 Koroteev A.S., Konjkhov G.V., etc. Development and test of the droplet radiator experimental model in microgravity and high vacuum. - Russian-American Symposium on .Sciense-NASA. program. Marshall center, Huntsvill, USA, Nov.1997.

64 А. А. Коротеев, Ю. А. Нагель, Н. И. Филатов. Экспериментальная отработка моделей капельных холодильников-излучателей в условиях микрогравитации и глубокого вакуума. Известия Российской академии наук. Энергетика. - 2015. - № 5. - С. 81-89.

65 Коротеев А.А., Осипцов А.Н., Попущина Е.С. Модель течения в каплеуловителе в условиях открытого космоса. XV Школа-семинар "Современные проблемы аэрогидродинамики", посвящённая 100-летию со дня рождения академика Л.И. Седова. Россия. Сочи, 2007.

66 Коротеев А.А., Осипцов А.Н., Попущина Е.С. Неизотермическое течение в коническом каплеуловителе в условиях открытого космоса // Теплофизика высоких температур. 2008. № 2.

67 Коротеев А.А., Осипцов А.Н., Попущина Е.С. Плёночное течение в каплеуловителе в условиях открытого космоса // Труды института механики УНЦ РАН. Российская конференция "Механика и химическая физика сплошных сред", Россия, Бирск, 2007.

68 Н.В. Бондарева, Л.М. Глухов, А.А. Коротеев, В.А. Красовский, Л.М. Кустов, Ю.А. Нагель, А.А. Сафронов А.А., Н.И. Филатов, Е.А. Черникова. Н.И. Бескаркасные системы отвода низкопотенциального тепла в космосе: успехи отработок и нерешённые задачи. Известия Академии Наук. Энергетика. 2015. №4. С. 130-142.

69 С.С. Раубэ, Е.К. Красночуб, В.М. Бронштейн Струйная модель теплообмена рабочих тел (теплоносителей) капельных холодильников - излучателей перспективных космических аппаратов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, №3(19), 2009.

70 Modeling a Droplet Cooling System for a Megawatt-Class Spacecraft Engine for a Transport and Energy Module. Стендовый доклад МФТИ на выставке «Вузовская наука и авиационно-техническое творчество молодежи», МАКС-2015.

71 Dombrovsky L.A. Radiation Heat Transfer in Disperse Systems. New York, Begell House 1996. 690 p.

72 Н.В. Бондарева, А.А. Коротеев, А.В. Лебедев, В.Д. Шелудяков. Сверхвысоковакуумные жидкости для открытых космических систем отвода низкопотенциального тепла. // Вестник Московского авиационного института, 2012, т. 19, № 3, с. 45-52.

73 Н.В. Бондарева, А.А. Коротеев, А.В. Лебедев, В.Д. Шелудяков. Разработка технологии синтеза линейных α,ω -бис (метилдифенилсилил) олигодиорганосилоксанов. // Вестник Московского авиационного института, 2012, т. 19, № 4, с. 32-39.

74 Л. М. Глухов, В. Г. Красовский, Е. А. Черникова, Г.И. Капустин, Л.М. Кустов, А.А. Коротеев. Синтез и свойства катионных ионных жидкостей с силоксановым структурным фрагментом // Журнал физической химии, 2015, т. 89, № 12, с. 1858-1863.

75 Е. А. Черникова, Л. М. Глухов, В. Г. Красовский, Л. М. Кустов, М.Г. Воробьева, А. А. Коротеев. Ионные жидкости как теплоносители: сравнение с известными системами, возможные области применения, преимущества и недостатки. Успехи химии, т. 84, 2015, с. 1-16.

76 E.A. Chernikova, L.M. Glukhov, V.G. Krasovskiy, L.M. Kustov, M.G. Vorobyeva, A.A. Koroteev. Ionic liquids as heat transfer fluids: comparison with known systems, possible applications, advantages and disadvantages // Russian Chemical Reviews, 2015, v. 84 (8), p. 875-890.

77 Lafrance P. Nonlinear breakup of laminar liquid jet. The Physics of Fluids. 1975. V. 18, № 4.

78 Bhat, Pradeep P. et al. Formation of Beads-on-a-string Structures During Breakup of Viscoelastic Filaments. Nat Phys 6.8. 2010. Pp. 625-631.

79 Absar M. L., Rochish T., Atul S. DGLSM based study of temporal instability and formation of satellite drop in a capillary jet breakup. Chemical Engineering Science. 2015. V. 130. Pp. 239-253. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.03.029>.

80 Блюдов А.В., Бухаров А. В., Дмитриев А.С. Получение монодисперсных потоков вязких жидкостей. Труды 4-й РНКТ (2006). Том 6. Дисперсные потоки и пористые среды. Интенсификация теплообмена. С. 36-39.

81 Бухаров А. В., Пепа С.В. Влияние вязкости жидкости на волновое число, соответствующее максимальной неустойчивости струи. Вестник Московского энергетического института. 2014. №2. С. 24-28.

82 Бухаров А. В. Генераторы стабильных капельных потоков для капельных холодильников – излучателей. Труды шестой российской национальной конференции по теплообмену. 2014. С. 810 – 813.

83 J. Eggers, E. Villermaux. Physics of liquid jets. Rep. Prog. Phys. 71 (2008).

84 Jens Eggers. Drop formation – an overview. Plenary lecture presented at the 75th Annual GAMM Conference, Dresden/Germany, 22–26 March 2004.

85 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. — 736 с.

86 Eggers J., Todd F. Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation. Journal of Fluid Mechanics. 1994. V. 262. Pp 205 - 221.

87 Eggers J. Stability of a viscous pinching thread. Physics of fluids. 2012. N. 24/
<http://dx.doi.org/10.1063/1.4732545>

88 Papageorgiou D.T. On the Breakup of Viscous Liquid Threads. Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 7, Pp. 1529 - 1544.

89 Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с.

90 Иванчиков А. А., Корнев А. А., Озерицкий А. В. О новом подходе к решению задач асимптотической стабилизации, Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2009. Т. 49. № 12. С. 2167–2181.

91 Чесноков Ю.Г. Короткие капиллярные волны на поверхности растягивающейся цилиндрической струи вязкой жидкости. Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 43. № 3. С. 56 – 62.

92 Gordillo J. M., Perez-Saborid M. Aerodynamic effects in the break-up of liquid jets: on the first wind-induced break-up regime. Fluid Mech. 2005. V. 541. P. 1–20.

93 Fenn III, R.W., Middleman, S. Newtonian jet stability: The role of air resistance. A.I.Ch.E. Journal. 1969. V. 15. N. 3. P. 379–383.

94 Campo D.L., Clasen C. The slow retraction method (SRM) for the determination of ultra-short relaxation times in capillary breakup extensional rheometry experiments. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. V. 165, Is. 23–24, December 2010, P. 1688–1699.

95 Галактионов В.А., Дородницын В.А., Еленин Г.Г., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Квазилинейное уравнение теплопроводности с источником: обострение, локализация, симметрия, точные решения, асимптотики, структуры. Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Нов. достиж., 28, ВИНТИ, М., 1986, С. 95–205.

96 Домбровский Л. А. Приближенные соотношения для расчета основных радиационных характеристик сферических частиц в области рассеяния Ми. ТВТ. 1990. № 28:6. С. 1242–1245.

97 Домбровский Л. А. Тепловое излучение сферической частицы из полупрозрачного материала. ТВТ. 1999. № 37:2. С. 284–293.

98 Слепцов С.Д., Рубцов Н.А. Излучательная способность полупрозрачной сферической системы. Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. - Днепропетровск: НПК "Триакон". - 2011. - Вып. 2(7). - С. 29 – 33.

99 Хюлст Г. ван де. Рассеяние света малыми частицами. — Москва: Издательство иностранной литературы, 1961.

100 Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Москва: Наука, 1966. 686 с.

101 Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. - М.: Мир, 1975.

102 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. №2012616600. Тепловой расчёт и оптимизация капельной пелены бескаркасного

космического излучателя нового поколения / Коротеев А.А., Сафронов А.А.; Правообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (исследовательский университет)».

103 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. №2012616599. Расчёт углового коэффициента переоблучения различных частей монодисперсной пелены капельных холодильников – излучателей космических энергетических установок нового поколения / Балашов С.С., Коротеев А.А., Сафронов А.А.; Правообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (исследовательский университет)».

104 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. №2016618704. Моделирование процесса нестационарного радиационного охлаждения структурированного потока низкопотенциального капельного холодильника – излучателя / Коротеев А.А., Сафронов А.А.; Правообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (исследовательский университет)».